

Règlementation, Normes Et Qualité Industrielle

CH5: Contrôle de la Qualité: **Évaluation et Amélioration avec les Indices de** **Capabilité**

Par:

Hassan EL FADIL

elfadil.h@gmail.com

1. Introduction aux indicateurs de performance (KPI) en contrôle qualité

1.1. Qu'est-ce qu'un KPI

- Un **KPI (Key Performance Indicator)**, ou **indicateur clé de performance**, est **une mesure quantifiable utilisée pour évaluer l'efficacité d'un processus**, d'un projet ou d'une organisation par rapport à des objectifs définis.
- Ils permettent de mesurer l'efficacité des méthodologies comme **PDCA, Six Sigma et Lean**.
- **KPI Stratégique :**
 - Mesure la **performance globale** et l'atteinte des objectifs à long terme
 - Exemple: Taux de satisfaction client, chiffre d'affaires, retour sur investissement (ROI)
- **KPI Opérationnel :**
 - Suivi des performances quotidiennes et optimisation des processus internes.
 - Exemple: défauts, temps de cycle de production, rendement machine.

1.2. Importance des KPI dans l'évaluation des processus industriels

Importance des KPI

Suivi de la performance des processus:

Mesure et d'analyser l'efficacité des processus industriels en temps réel.

- **Indicateurs de productivité** : taux de rendement global (TRG), temps de cycle, taux d'utilisation des machines.
- **Indicateurs de qualité** : taux de défauts, taux de conformité, capabilité des processus (C_p , C_{pk}).
- **Indicateurs de maintenance** : taux de disponibilité des équipements, taux de pannes, MTBF (Mean Time Between Failures).

Aide à la prise de décision:

Les KPI facilitent la prise de décision en apportant des données fiables et quantifiables pour orienter les actions d'amélioration.

Identification des écarts et actions correctives:

Les KPI permettent de comparer les performances réelles aux objectifs fixés et d'identifier les écarts nécessitant des actions correctives.

1.3. Exemples courants de KPI en contrôle qualité

a) Taux de défauts (DPMO, PPM):

- Le **taux de défauts** mesure la proportion de pièces défectueuses par rapport à la production totale. Réduire les défauts pour améliorer la qualité et la satisfaction client.
- DPMO (Defects Per Million Opportunities):**

$$DPMO = \left(\frac{\text{Nombre total de défauts}}{\text{Nombre total d'opportunités} \times \text{Nombre d'unités}} \right) \times 1000000$$

- PPM (Parts Per Million):**

$$PPM = \left(\frac{\text{Nombre total de défauts}}{\text{Nombre total d'unités produites}} \right) \times 1000000$$

- Exemple :** Une entreprise produisant 1 million de pièces avec 500 défauts aura un **PPM de 500**.

b) Taux de retouches ou de rebut:

- Ce KPI mesure le pourcentage de produits nécessitant une **retouche** ou qui sont totalement **rejetés**.
- Minimiser les retouches et rebuts pour éviter les pertes et améliorer la rentabilité
- **Taux de retouches:**

$$\text{Taux de Retouches} = \left(\frac{\text{Nombre de pièces retouchées}}{\text{Nombre total de pièces produites}} \right) \times 100$$

- **Taux de rebut:**

$$\text{Taux de Rebut} = \left(\frac{\text{Nombre de pièces rejetées}}{\text{Nombre total de pièces produites}} \right) \times 100$$

- **Exemple** : Une ligne de production avec **2% de rebut** entraîne des coûts élevés et nécessite des actions correctives.

c) Temps moyen entre deux défaillances (MTBF):

- **MTBF** : Mean Time Between Failures
- Le **MTBF** mesure la **fiabilité** d'un équipement en indiquant la durée moyenne entre deux pannes.

$$MTBF = \frac{\text{Temps total de fonctionnement}}{\text{Nombre de pannes}}$$

- **Exemple** : Une machine avec un **MTBF de 500 heures** tombe en panne en moyenne toutes les 500 heures.
- **Objectif** : Augmenter le MTBF pour réduire les interruptions et améliorer la productivité.

d) Temps moyen de réparation (MTTR) :

- **MTTR : Mean Time To Repair**
- Le **MTTR** évalue le temps nécessaire pour **réparer une machine** en cas de panne.

$$\textbf{MTTR} = \frac{\textit{Temps total de Réparation}}{\textit{Nombre Total de pannes}}$$

- **Exemple** : Un **MTTR de 3 heures** signifie qu'une panne est réparée en moyenne en 3 heures.
- **Objectif** : Réduire le MTTR pour minimiser les arrêts de production.

e) Indice de capabilité (C_p , C_{pk} , P_p , P_{pk}):

- Les indices de capabilité mesurent **l'aptitude d'un processus** à produire des pièces conformes aux spécifications.
- **C_p** : Indique si la variabilité du processus respecte les tolérances (capabilité potentielle).
- **C_{pk}** : Vérifie si le processus est centré par rapport aux tolérances (capabilité réelle).
- **P_p et P_{pk}** : Similaires à C_p et C_{pk} mais basés sur la performance à long terme.
- **Exemple** : Un **C_{pk} de 1,33 ou plus** signifie un processus stable et conforme.
- **Objectif** : S'assurer que le processus produit des pièces dans les tolérances avec une faible variabilité.

2. Les indices de capabilité

2.1. Définition et rôle:

- Les indices de capabilité (Cp, Cpk, Pp, Ppk) sont des KPI spécifiques pour la qualité des processus
- Ils mesurent la capacité d'un processus à produire des produits conformes aux spécifications.
- Ils permettent d'évaluer si un processus est bien centré et stable par rapport aux tolérances définies.
- Ces indices sont essentiels pour optimiser la production, minimiser les rebuts et assurer un haut niveau de qualité
- Principaux rôles :
 - Mesurer la stabilité et la précision du processus.
 - Détecter les dérives et vérifier si le processus est bien centré (Cpk).
 - Aider à la prise de décision pour améliorer la qualité et réduire les défauts.
 - Garantir la conformité aux normes industrielles (ex. Six Sigma).

2.2. Indices de Capabilité à Court Terme : Cp et Cpk

a) Indice Cp (Capabilité Potentielle) (Process Capability Index) :

- Le **Cp** mesure si la **variabilité du processus** est contenue dans les limites de tolérance, **sans tenir compte du centrage** du processus.
- Il compare donc l'**étendue du processus** à l'**étendue des spécifications**.

$$Cp = \frac{USL - LSL}{6\sigma}$$

- **USL** : (Upper Specification Limit) : Limite supérieure de spécification
- **LSL** : (Lower Specification Limit) : Limite inférieure de spécification
- **σ** : Écart-type à court terme du processus

- **Si $Cp > 1$** : Le processus a une variabilité plus faible que les tolérances, donc il est **potentiellement capable**.
- **Si $Cp < 1$** : Le processus est trop dispersé, il y a un risque de **non-conformité**.
- **Si $Cp = 1$** : La variabilité correspond exactement aux limites spécifiées (**capabilité limite**).



- **Limite du Cp** : Cp ne prend **pas en compte** le centrage du processus. Un processus peut avoir un bon Cp mais être **décalé** hors des tolérances !

b) Indice Cpl (Lower Capability) :

- Le Cpl (**Lower Capability Index**) est un sous-indicateur de capabilité qui mesure dans quelle mesure le processus respecte la limite inférieure des spécifications (**LSL**).

$$Cpl = \frac{\mu - LSL}{3\sigma}$$

- μ : Moyenne du processus
- σ : Écart-type à court terme du processus

- Interprétation :**

- **Si $Cpl < 1$** : Une partie du processus risque de produire des valeurs en dessous de LSL (pièces non conformes).
- **Si $Cpl > 1$** : Le processus respecte bien la limite inférieure.
- **Si Cpl est proche de Cpk** : Cela indique que **le problème de capabilité concerne surtout la dispersion** et pas uniquement un désalignement.

c) Indice Cpu (Upper Capability) :

- Le **Cpu** indique dans quelle mesure le processus est capable de **rester en dessous** de la limite maximale autorisée.

$$Cpu = \frac{USL - \mu}{3\sigma}$$

- μ : Moyenne du processus
- σ : Écart-type à court terme du processus

- Interprétation :

- Si $Cpu > 1$, le processus est bien centré et capable de respecter la limite supérieure.
- Si $Cpu < 1$, il y a un risque élevé que des produits dépassent **USL**.

d) Indice Cpk (Capabilité Réelle ou Centrée): Cp (corrected)

- Le **Cpk** est un indicateur plus précis que le Cp, car il mesure **à la fois la dispersion et le centrage** du processus par rapport aux limites de spécification.

$$Cpk = \min \left(\frac{USL - \mu}{3\sigma}, \frac{\mu - LSL}{3\sigma} \right) = \min(Cpu, Cpl)$$

- $USL - \mu$: Distance entre la moyenne et la limite supérieure
- $\mu - LSL$: Distance entre la moyenne et la limite inférieure

- Interprétation :**
 - Si $Cpk > 1.33$: Le processus est **capable et bien centré**.
 - Si $1 \leq Cpk < 1.33$: Processus acceptable mais améliorable.
 - Si $Cpk < 1$: Processus **non capable** (défauts fréquents).
- Cas particuliers :**
 - Si $Cp = Cpk$, le processus est **parfaitement centré**.
 - Si $Cp > Cpk$, le processus est **décalé** et nécessite un ajustement.

e) Indice Cpm (Capability Performance Index):

- Le **Cpm**, aussi appelé **indice de performance de Taguchi**, prend en compte l'objectif cible (T) en plus des limites de spécification.
- Contrairement à **Cp** et **Cpk**, il pénalise les écarts par rapport à la cible, même si le processus est à l'intérieur des spécifications.

$$Cpm = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}}$$

- T**: (Target) Valeur cible: valeur nominale idéale du processus
- T** est généralement située au milieu des limites de spécification :

$$T = \frac{USL + LSL}{2}$$

- Interprétation :**
 - Si **Cpm > Cpk** : Le processus est bien centré autour de la cible.
 - Si **Cpm = Cpk** : Le centrage du processus n'a pas beaucoup d'impact sur la qualité.
 - Si **Cpm < Cpk** : La moyenne du processus est **éloignée de la cible**, ce qui entraîne une perte de qualité même si les produits sont dans les tolérances.

f) Exemple d'application:

- Imaginons que nous mesurons le **diamètre (en mm)** de **10 pièces** fabriquées dans un processus industriel.
- Calcul de la Moyenne (μ):**

$$\mu = \frac{\sum X_i}{N} = \bar{X}$$

$$\begin{aligned}\mu &= \frac{\sum X_i}{N} \\ &= \frac{1}{10} (79.98 + 80.02 + 80.05 + 79.97 + 80.03 + 79.99 + 80.01 + 80.04 + 80.00 + 79.96)\end{aligned}$$

N° de la pièce	Diamètre (mm)
1	79.98
2	80.02
3	80.05
4	79.97
5	80.03
6	79.99
7	80.01
8	80.04
9	80.00
10	79.96

f) Exemple d'application:

- Calcul de l'Écart-Type (σ):

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \mu)^2}{N}}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{0.00925}{10}} = 0.03042 \text{ mm}$$

N°	X_i	$X_i - \mu$	$(X_i - \mu)^2$
1	79.98	-0.015	0.000225
2	80.02	0.025	0.000625
3	80.05	0.055	0.003025
4	79.97	-0.025	0.000625
5	80.03	0.035	0.001225
6	79.99	-0.005	0.000025
7	80.01	0.015	0.000225
8	80.04	0.045	0.002025
9	80.00	0.005	0.000025
10	79.96	-0.035	0.001225
Total	799.95		0.00925

f) Exemple d'application:

▪ **Détermination de l'indice Cp :**

- Moyenne : $\mu = 79.995 \text{ mm}$
- Écart-type : $\sigma = 0.03042 \text{ mm}$
- **Spécifications du processus :**
 - Limite inférieure (LSL) : $LSL = 79.95 \text{ mm}$
 - Limite supérieure (USL) : $USL = 80.05 \text{ mm}$

$$Cp = \frac{USL - LSL}{6\sigma} = \frac{80.05 - 79.95}{6 \times 0.03} = 0.56$$

- **$Cp < 1$** signifie que le processus **n'est pas capable** de respecter les tolérances.
- **Le processus doit être amélioré (réduction de la variabilité ou recentrage).**

f) Exemple d'application:

- Détermination des indices Cpl et Cpu :

$$C_{pl} = \frac{\mu - LSL}{3\sigma}$$

$$C_{pl} = \frac{79.995 - 79.95}{3 \times 0.03}$$

$$C_{pl} = 0.50$$

$$C_{pu} = \frac{USL - \mu}{3\sigma}$$

$$C_{pu} = \frac{80.05 - 79.995}{3 \times 0.03}$$

$$C_{pu} = 0.611$$

- Comme $C_{pl} = C_{pk}$, cela indique que la moyenne μ est bien centrée ou légèrement biaisée vers la limite inférieure.

f) Exemple d'application:

- **Détermination de l'indice Cpk :**

$$Cpk = \min\left(\frac{USL - \mu}{3\sigma}, \frac{\mu - LSL}{3\sigma}\right)$$

$$Cpk = \min(Cpu, Cpl)$$

$$Cpk = \min(0.61, 0.50) = 0.50$$

- **Cpk = 0.50 < 1** → Le processus est **désaxé** et **non capable**.
- **Certaines pièces risquent d'être hors tolérance**, surtout du côté **inférieur (LSL)**.
- **Action recommandée** : Recentrer le processus autour de **80.00 mm** et réduire la variabilité (**σ**).

f) Exemple d'application:

- **Détermination de l'indice Cpm :**

$$Cpm = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}}$$

$$T = \frac{80.05 + 79.95}{2} = 80$$

$$Cpm = \frac{80.05 - 79.95}{6\sqrt{0.03^2 + (79.995 - 80)^2}} \approx Cp = 0.56$$

a) Pp (Performance Potentielle du Processus): Process Performance Index

- Le **Pp** est l'équivalent du **Cp**, mais en considérant la **variabilité totale** du processus sur une période plus longue.

$$Pp = \frac{USL - LSL}{6\sigma_{total}}$$

σ_{total} : Écart-type global du processus, prenant en compte les variations à long terme.

b) Ppk (Performance Réelle du Processus): Pp (Corrected)

- Le **Ppk** est l'équivalent du **Cpk**, mais avec la **variabilité totale** du processus.

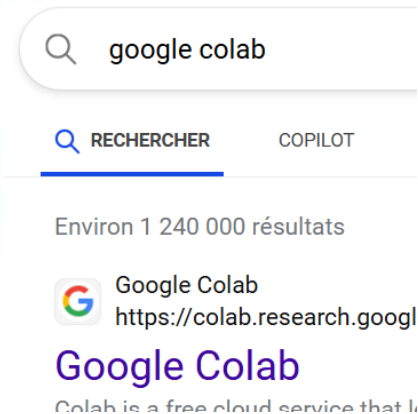
$$Ppk = \min \left(\frac{USL - \mu}{3\sigma_{total}}, \frac{\mu - LSL}{3\sigma_{total}} \right)$$

3. Application des Indices de Capabilité en R

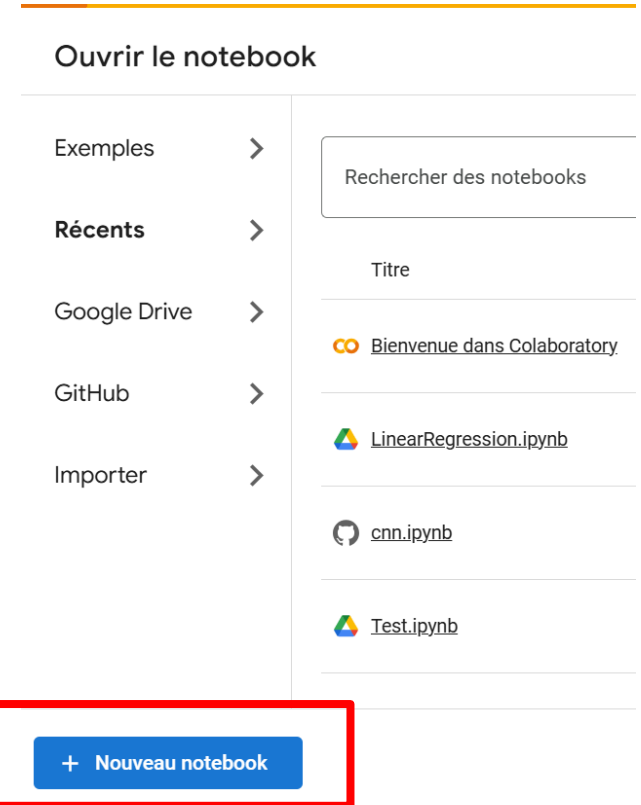
1 Ouvrir Google Colab et créer un Nouveau Notebook:

Voir comment utiliser Google Colab:

<https://www.youtube.com/watch?v=SRPCqXcuxKo>



Cliquer sur Nouveau notebook

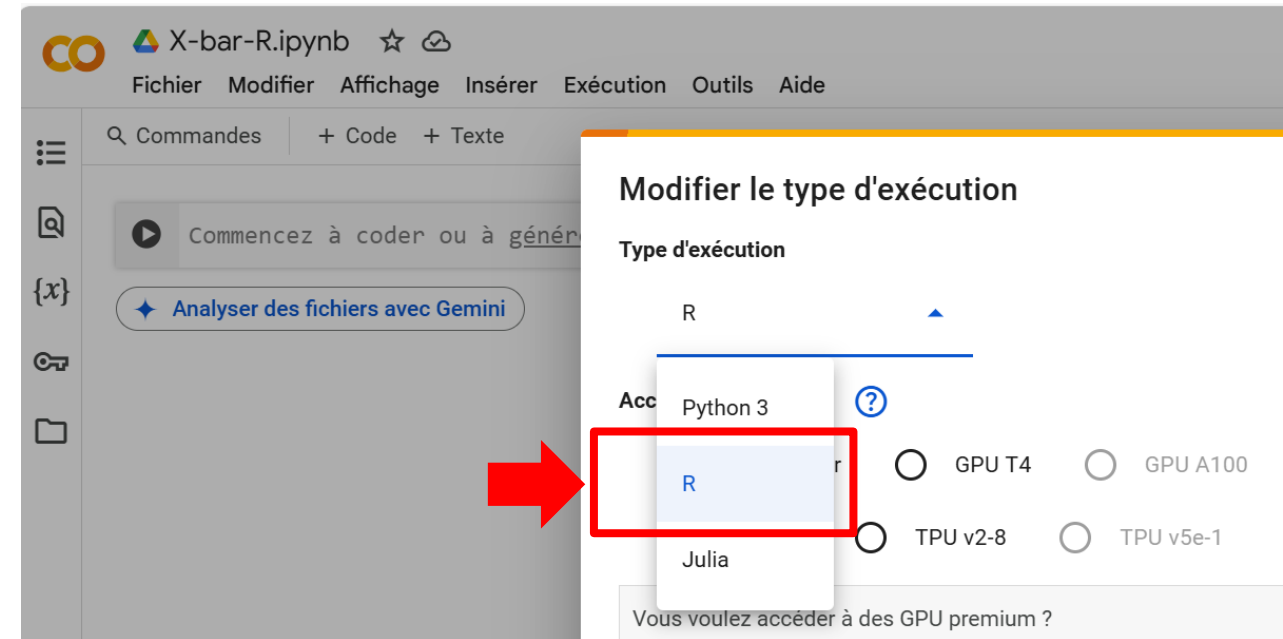


2 Renommer le Notebook: Indices-Capabilities.ipynb

3 Changer l'Environnement du Notebook en R

Google Colab utilise **Python** par défaut, mais vous pouvez exécuter du **R** en suivant ces étapes :

1. Dans le menu, cliquez sur Runtime (**Exécution**) > Change runtime type (**Modifier le type d'exécution**).
2. Choisissez "**R**" dans la liste.
3. Cliquez sur "Save" (**Enregistrer**).



4 Code R 1/4

```
# Installer et charger le package qcc  
install.packages("qcc")  
library(qcc)
```



Installing package into ‘/usr/local/lib/R/site-library’
(as ‘lib’ is unspecified)

Package ‘qcc’ version 2.7

Type ‘citation("qcc")’ for citing this R package in publications.

QCC: Quality Control Charts:
"Cartes de contrôle de la
qualité".

4 Code R 2/4

Nous supposons que nous avons **50 mesures** du diamètre d'un produit.

```
# Création des données (50 mesures)
```

```
data <- c(9.52, 9.68, 9.75, 9.90, 10.01, 10.12, 10.25, 10.32, 9.55, 9.71,  
          9.87, 10.08, 9.99, 10.14, 10.42, 9.56, 9.79, 9.92, 9.85, 10.05,  
          9.61, 9.80, 9.93, 10.18, 10.30, 10.09, 10.37, 9.67, 9.89, 10.02,  
          9.73, 9.97, 10.20, 10.11, 10.45, 9.62, 9.84, 10.06, 10.28, 9.95,  
          9.59, 9.78, 9.91, 10.23, 10.15, 10.35, 9.70, 9.83, 10.10, 10.40)
```

```
# Définition de la taille des sous-groupes
```

```
taille_sous_groupe <- 5
```

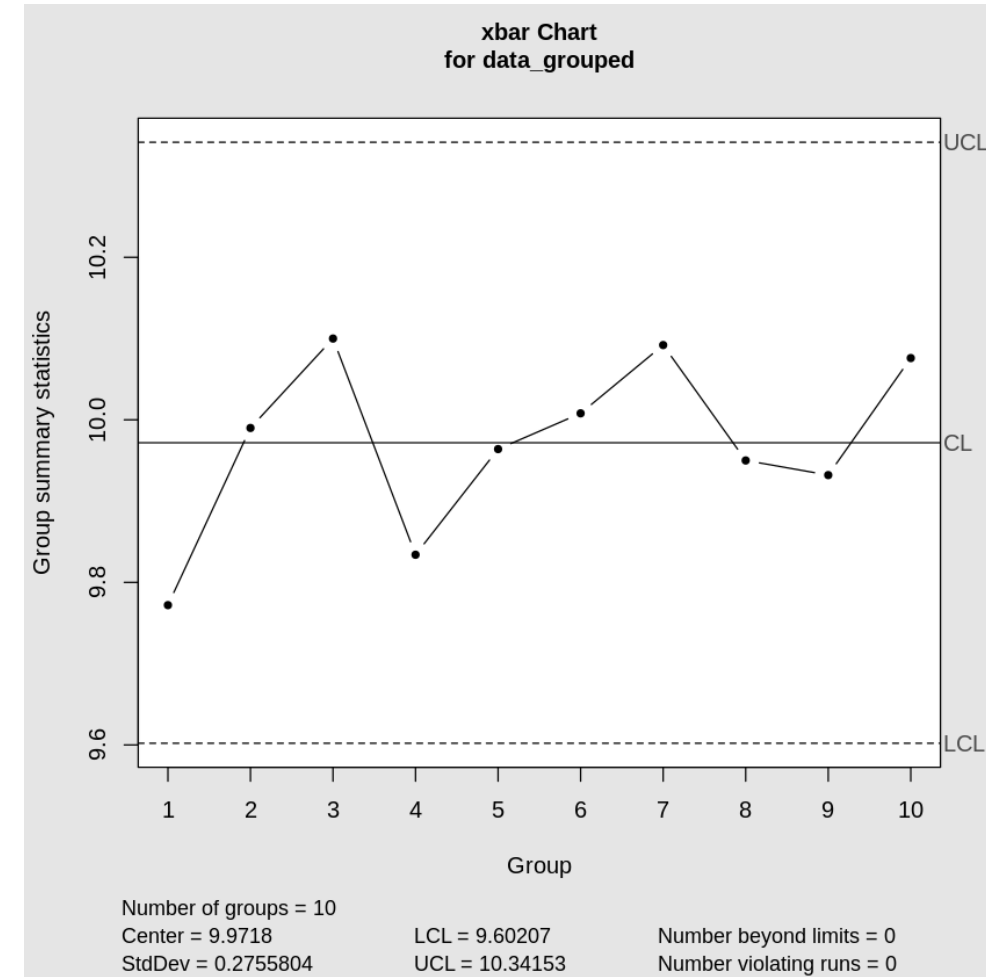
```
# Regrouper les données en matrices (chaque colonne est un sous-groupe)
```

```
data_grouped <- matrix(data, ncol = taille_sous_groupe, byrow = TRUE)
```

4 Code R 3/4

```
# Spécifications du processus  
LSL <- 9.5 # Limite Spécifique Inférieure  
USL <- 10.5 # Limite Spécifique Supérieure
```

```
# Création de la carte de contrôle  
qcc_obj <- qcc(data_grouped, type = "xbar")
```



4 Code R 4/4

```
# Calcul des indices de capacité
```

```
capability <- process.capability(qcc_obj, spec.limits = c(LSL, USL))
```

```
# Affichage des résultats
```

```
capability
```

Process Capability Analysis

Call:
process.capability(object = qcc_obj, spec.limits = c(LSL, USL))

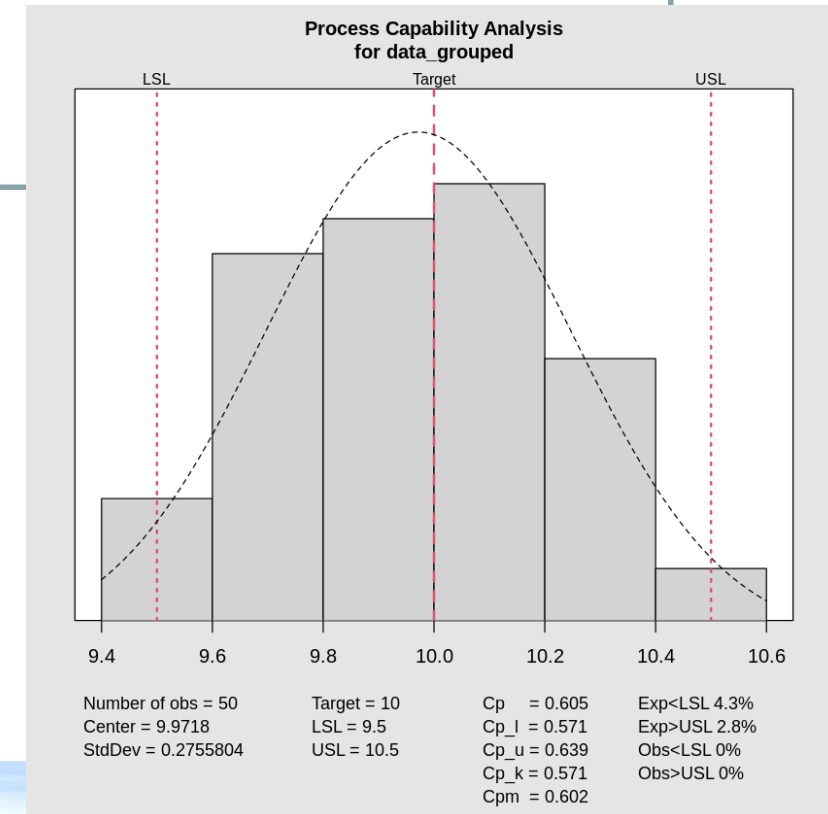
Number of obs = 50 Target = 10
Center = 9.972 LSL = 9.5
StdDev = 0.2756 USL = 10.5

Capability indices:

	Value	2.5%	97.5%
Cp	0.6048	0.4853	0.7240
Cp_l	0.5707	0.4482	0.6932
Cp_u	0.6389	0.5074	0.7704
Cp_k	0.5707	0.4247	0.7166
Cpm	0.6016	0.4834	0.7197

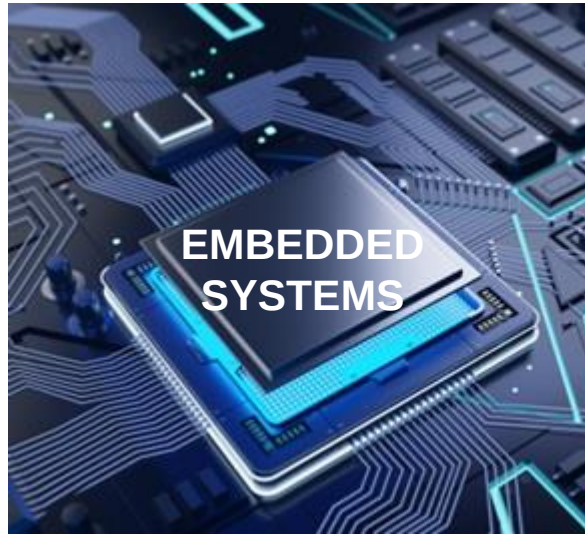
A matrix: 5 x 3 of type dbl

	Value	2.5%	97.5%
Cp	0.6047842	0.4853286	0.7240028
Cp_l	0.5706744	0.4481866	0.6931622
Cp_u	0.6388940	0.5074355	0.7703525
Cp_k	0.5706744	0.4247212	0.7166276
Cpm	0.6016424	0.4833899	0.7196606



Résumé des résultats principaux:

Indicateur	Valeur	Interprétation
Moyenne (Center)	9.972	Le processus est légèrement décentré par rapport à la cible (10.0).
Écart-type (StdDev)	0.2756	Indique la dispersion des mesures autour de la moyenne.
Cp	0.6048	Capabilité potentielle faible : le processus est trop dispersé par rapport aux limites.
Cpk	0.5707	Capabilité réelle : le processus est légèrement décentré et insuffisant pour garantir une production conforme.
Cpm	0.6016	Capabilité prenant en compte l'écart à la cible (proche de Cp mais faible).
Probabilité de défauts (Exp : Expected) (< LSL)	4.3%	4.3% des pièces sont théoriquement sous la limite inférieure.
Probabilité de défauts (Exp : Expected) (> USL)	2.8%	2.8% des pièces sont théoriquement au-dessus de la limite supérieure.
Défauts observés Obs: Observed) (< LSL / > USL)	0%	Aucune mesure observée hors spécifications (mais risque non négligeable).



FIN !
Questions ?