



Cours de Traitement de Signal et Communication Numérique

CH2: Série de Fourier et Transformée de Fourier

Par:

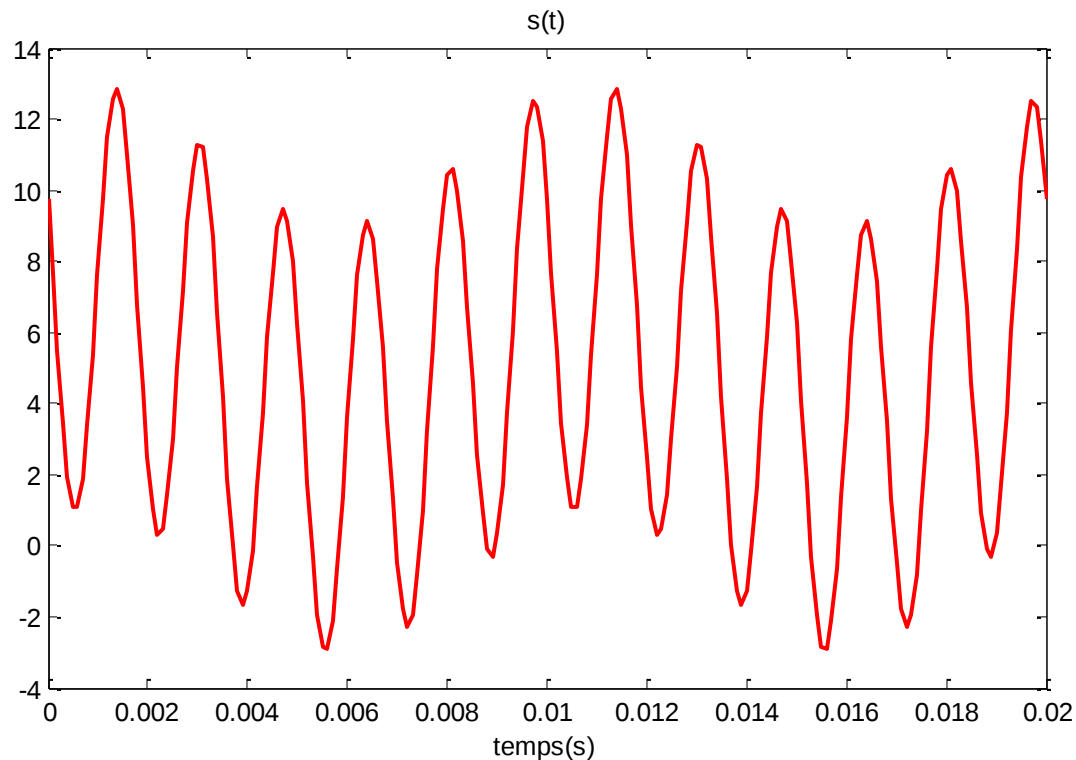
Hassan EL FADIL

elfadil.h@gmail.com

1. Introduction

- Jusqu'à présent, le domaine habituel pour analyser un signal est:
le **Domaine temporel** : *analyse de l'évolution du signal dans le temps*
- Permet de mettre en évidence certaines caractéristiques :
 - signal périodique ou non (détermination de la période),
 - amplitude (valeur moyenne, maximale...),
 - signal analogique/numérique, énergie finie/infinie, ...

● Question: Quelle est l'expression analytique du signal $s(t)$ suivant ?



● Difficile d'y répondre!

- En fait le signal précédent est la somme de trois signaux sinusoidaux:

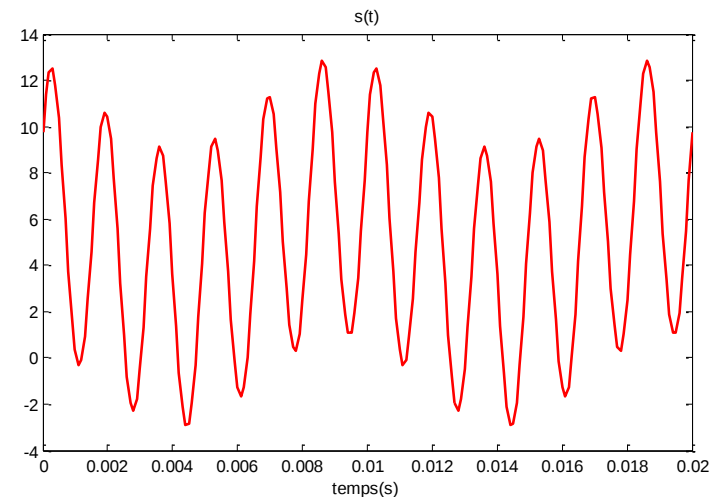
$$s(t) = A_0 \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0) + A_1 \cos(2\pi f_1 t + \varphi_1) + A_2 \cos(2\pi f_2 t + \varphi_2)$$

- Avec:

$$A_0 = 5 \quad f_0 = 0 \quad \varphi_0 = 0$$

$$A_1 = 2 \quad f_1 = 100 \quad \varphi_1 = -\pi / 6$$

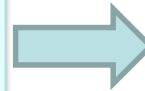
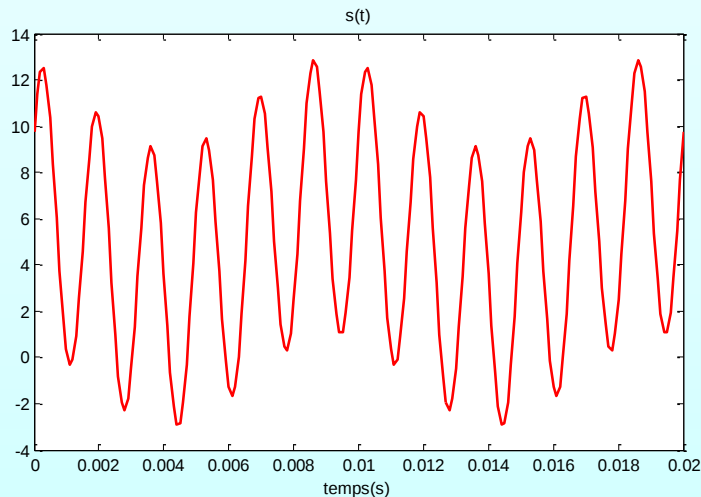
$$A_2 = 6 \quad f_2 = 600 \quad \varphi_2 = \pi / 3$$



En conclusion:

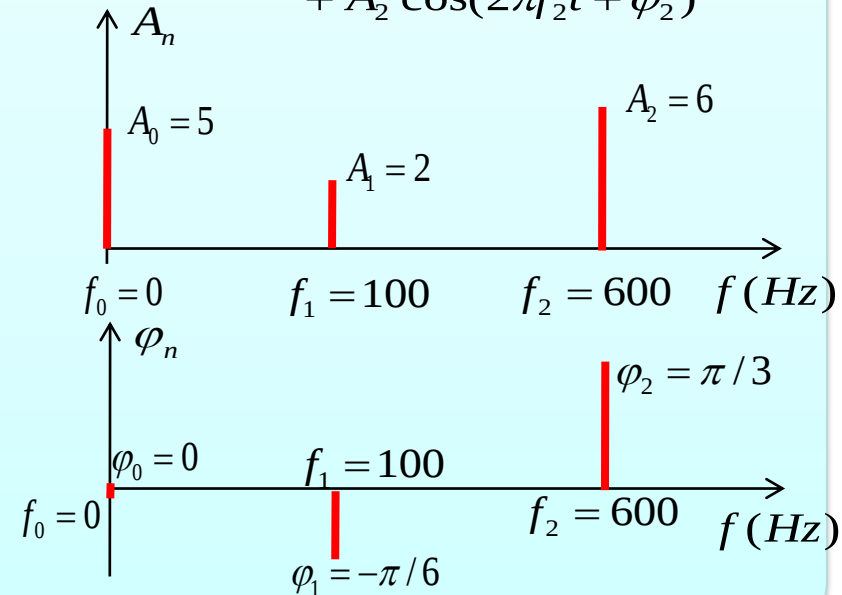
- L'observation dans le domaine temporel est souvent **insuffisante** pour déduire l'expression mathématique du signal
- Il serait intéressant de trouver **une autre représentation** qui apporterait plus d'informations sur le signal que la représentation usuelle temporelle
- Cette nouvelle représentation devra faire directement apparaître certaines caractéristiques du signal (par exemple $A_0, A_1, A_2, \varphi_0, \varphi_1, \varphi_2$) *non plus dans* le domaine temporel (en fonction du temps) mais dans le domaine fréquentiel, c'est à dire en fonction de la fréquence.

Représentation habituelle :
amplitude du signal en
fonction du temps



Nouvelle Représentation :
amplitude et phase initiale en
fonction de la Fréquence

$$s(t) = A_0 \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0) \\ + A_1 \cos(2\pi f_1 t + \varphi_1) \\ + A_2 \cos(2\pi f_2 t + \varphi_2)$$



D'où l'idée de la transformée en série de Fourier

2. Série de Fourier

● Joseph FOURIER

- Auxerre 1768 - Paris 1830
- Grand savant français
- A profondément influencé les mathématiques et la physique des sciences de son siècle
- L'étude de la propagation de la chaleur l'a amené à la découverte des séries trigonométriques portant son nom



2.1. Le Théorème de Fourier :

- Sous certaines conditions de continuité et de dérivation, tout signal $s(t)$ *périodique* de pulsation ω_0 (ou de fréquence $f_0 = \omega_0 / 2\pi$) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t))$$

$$a_0 = \frac{1}{T_0} \int_{t_0}^{t_0+T_0} s(t) dt$$

$$b_0 = 0$$

$$a_n = \frac{2}{T_0} \int_{t_0}^{t_0+T_0} s(t) \cos(n\omega_0 t) dt \quad n \geq 1$$

$$b_n = \frac{2}{T_0} \int_{t_0}^{t_0+T_0} s(t) \sin(n\omega_0 t) dt \quad n \geq 1$$

$T_0 = 1/f_0$: étant la période du signal

Décomposition indépendante de l'intervalle $[t_0, t_0+T_0]$

2.2. Deuxième expression de la série de Fourier

- Le signal $s(t)$ précédent peut s'écrire d'une autre manière comme suit:

$$s(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega_0 t + \varphi_n)$$

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad \forall n \geq 0$$

$$\varphi_n = -\arctan\left(\frac{b_n}{a_n}\right)$$

2.3. Le fondamental le rang et les harmoniques

- $A_0=a_0$: **valeur moyenne du signal** (composante continue)
- Le terme général:

$$s_n(t) = a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t) = A_n \cos(n\omega_0 t + \varphi_n)$$

est appelé **harmonique de rang n** .

C'est un signal cosinusoidal d'amplitude A_n de période T_0/n (fréquence nf_0) et de phase à l'origine φ_n .

- Amplitudes A_n **tendent vers 0 lorsque n tend vers l'infini**.
- Harmonique d'ordre 1 : est appelé **fondamental**

2.4. Propriétés des signaux particuliers

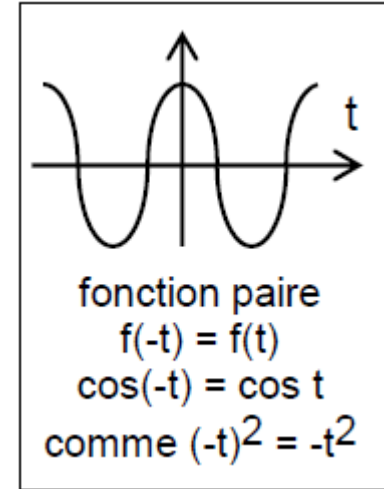
● Si $s(t)$ est une fonction paire : $s(-t) = s(t)$

alors les coefficients b_n sont nuls:

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega_0 t)$$

$$A_n = |a_n| \quad n \geq 0$$

$$\varphi_n = 0 \quad n \geq 0$$



● Si $s(t)$ est une fonction impaire : $s(-t) = -s(t)$

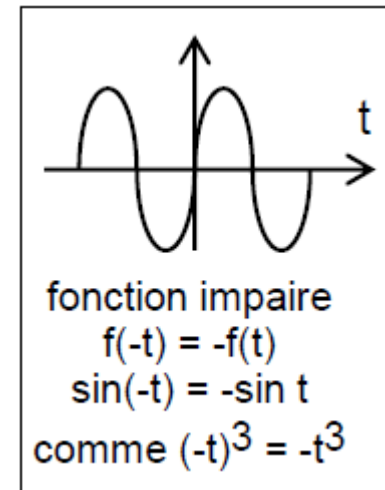
alors les coefficients a_n sont nuls:

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(n\omega_0 t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cos\left(n\omega_0 t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$A_0 = 0 \quad A_n = |b_n| \quad n \geq 1$$

$$\varphi_0 = 0 \quad \varphi_n = -\frac{\pi}{2} \text{ si } b_n \neq 0 \quad n \geq 1$$

$$\varphi_n = 0 \text{ si } b_n = 0 \quad n \geq 1$$



- **S'il y a une symétrie de glissement**, c'est à dire si les alternances positives sont identiques aux alternances négatives :

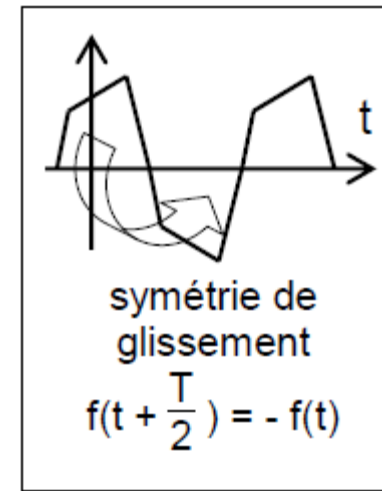
$$s\left(t + \frac{T_0}{2}\right) = -s(t)$$

Alors, on démontre que **$a_0 = 0$** ,

$s(t)$ est forcément **alternatif** et que la décomposition

du signal ne contient que des **harmoniques de rang impair** :

$$s(t) = a_0 + \sum_{k=0}^{\infty} \left(a_{2k+1} \cos((2k+1)\omega_0 t) + b_{2k+1} \sin((2k+1)\omega_0 t) \right)$$

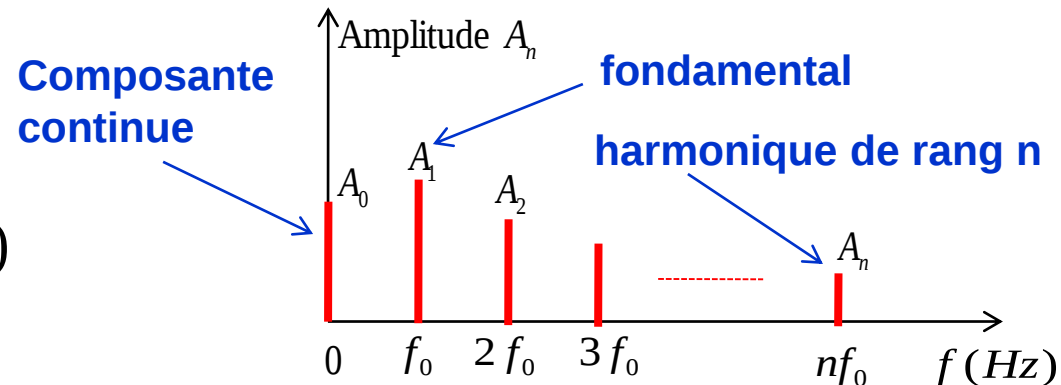


3. Spectres unilatéraux d'amplitude et de phase

3.1. Spectre d'amplitude de $s(t)$:

- Le spectre d'amplitude d'un signal $s(t)$ est la représentation des amplitudes A_n des harmoniques en fonction de fréquence ω (rad/s) ou f (Hz).

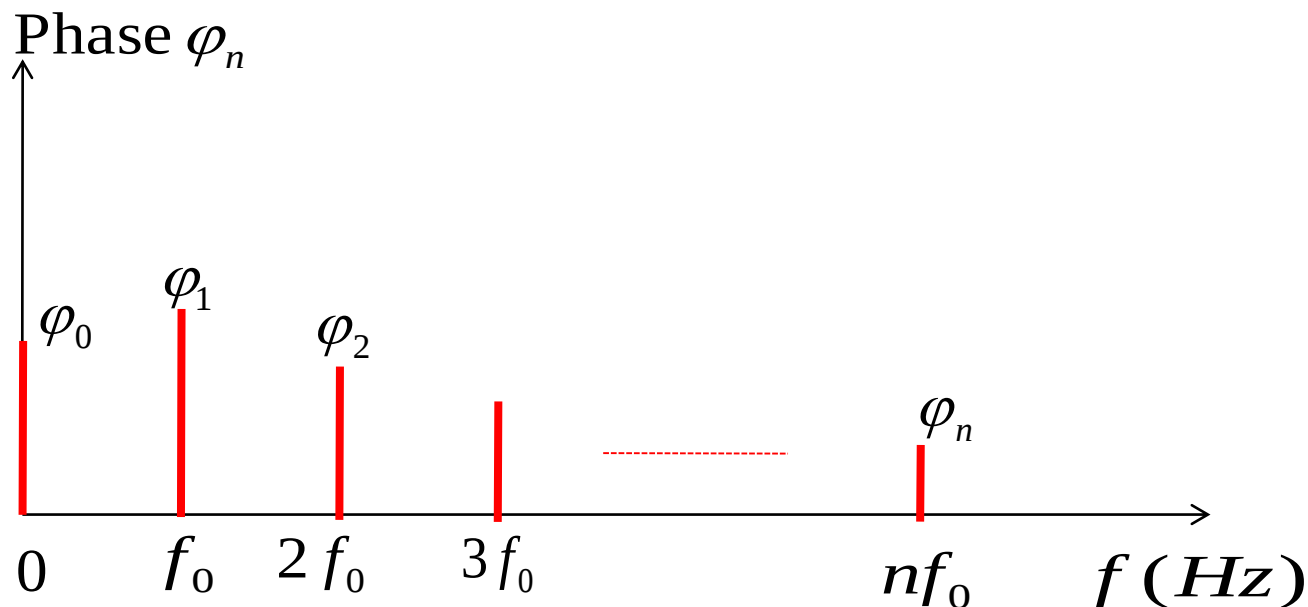
$$s(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega_0 t + \varphi_n)$$



- Pour un signal périodique, on a un **spectre de raies**, on dit que **l'on a un spectre discret**.
- On parle de représentation fréquentielle ou spectrale.

3.2. Le spectre des phases

- C'est la représentation de la phase de chaque harmonique en fonction de la fréquence $\varphi_n = f(f)$:



4. Valeur efficace et Taux d'harmonique

4.1. Valeur efficace de $s(t)$:

- La valeur efficace d'un signal $s(t)$ peut être calculée à partir de sa décomposition en série de Fourier comme suit:

$$S_{eff} = \sqrt{A_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2} A_n^2}$$

- Le terme $1/2$ s'explique facilement : A_n est l'amplitude et on calcule la valeur efficace !
- A_0 est la **composante continue** et l'autre terme correspond à la **composante alternative du signal** $s(t)$.

4.2. Le taux de distorsion harmonique TDH

- Le THD d'un signal $s(t)$ se calcule comme suit:

$$THD = \frac{\text{Valeur efficace des harmoniques autres que le fondamental}}{\text{Valeur efficace du fondamental}}$$

$$THD = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} A_n^2}}{A_1}$$

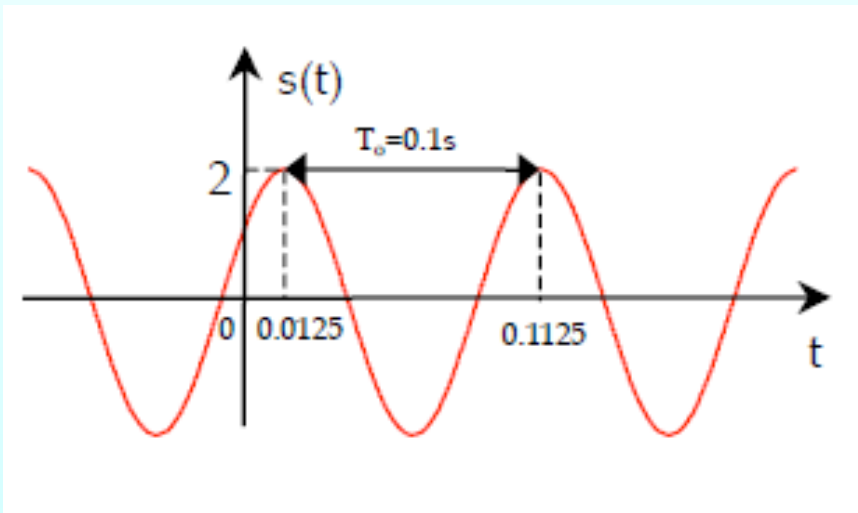
- Il s'exprime souvent en % et indique **la pureté spectrale d'un signal** : le signal sinusoïdal qui n'a qu'une seule raie comme spectre a un TDH de 0%.
- Pour un **signal carré, TDH = 48,3 %**

4.3. Exemples

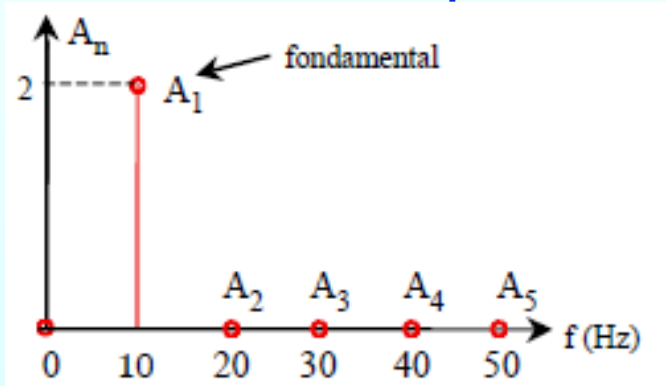
Exemple 1: cas d'un signal sinusoïdal

Soit un signal sinusoïdal décrit par: $s(t) = 2 \cos\left(2\pi 10t + \frac{\pi}{4}\right)$

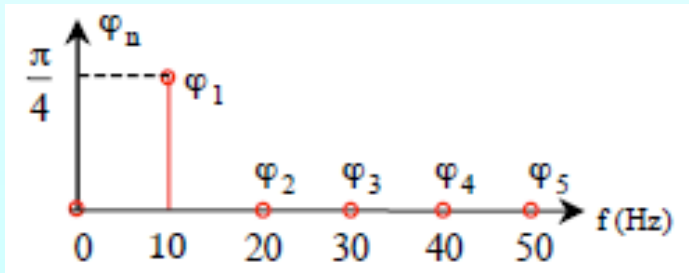
Domaine temporel



Domaine fréquentiel

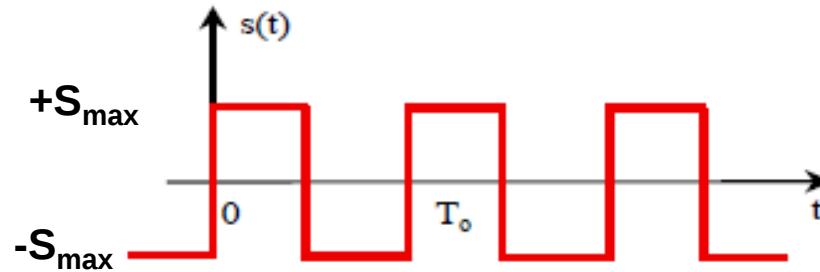


Spectre unilatéral d'amplitude



Spectre unilatéral de phase

Exemple 2: cas d'un signal rectangulaire



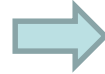
- $a_0 = 0$ car le signal est alternatif (moyenne nulle)
- Signal impair donc $a_n = 0$
- il y a une symétrie de glissement, c'est-à-dire les alternances positives sont identiques aux alternances négatives donc il n'y a que harmoniques de rang impair ($b_n = b_{2k+1}$)

$$\begin{aligned}
 b_{2k+1} &= \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} s(t) \sin((2k+1)\omega_0 t) dt \\
 &= \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0/2} (S_{\max}) \sin((2k+1)\omega_0 t) dt + \frac{2}{T_0} \int_{T_0/2}^{T_0} (-S_{\max}) \sin((2k+1)\omega_0 t) dt \\
 &= \frac{2S_{\max}}{T_0} \left[\int_0^{T_0/2} \sin((2k+1)\omega_0 t) dt - \int_{T_0/2}^{T_0} \sin((2k+1)\omega_0 t) dt \right] \\
 &= \frac{2S_{\max}}{(2k+1)\omega_0 T_0} \left(\left[-\cos((2k+1)\omega_0 t) \right]_0^{T_0/2} - \left[-\cos((2k+1)\omega_0 t) \right]_{T_0/2}^{T_0} \right) \\
 &= \frac{S_{\max}}{(2k+1)\pi} \left([1 - \cos((2k+1)\pi)] - [-\cos((2k+1)2\pi) + \cos((2k+1)\pi)] \right)
 \end{aligned}$$

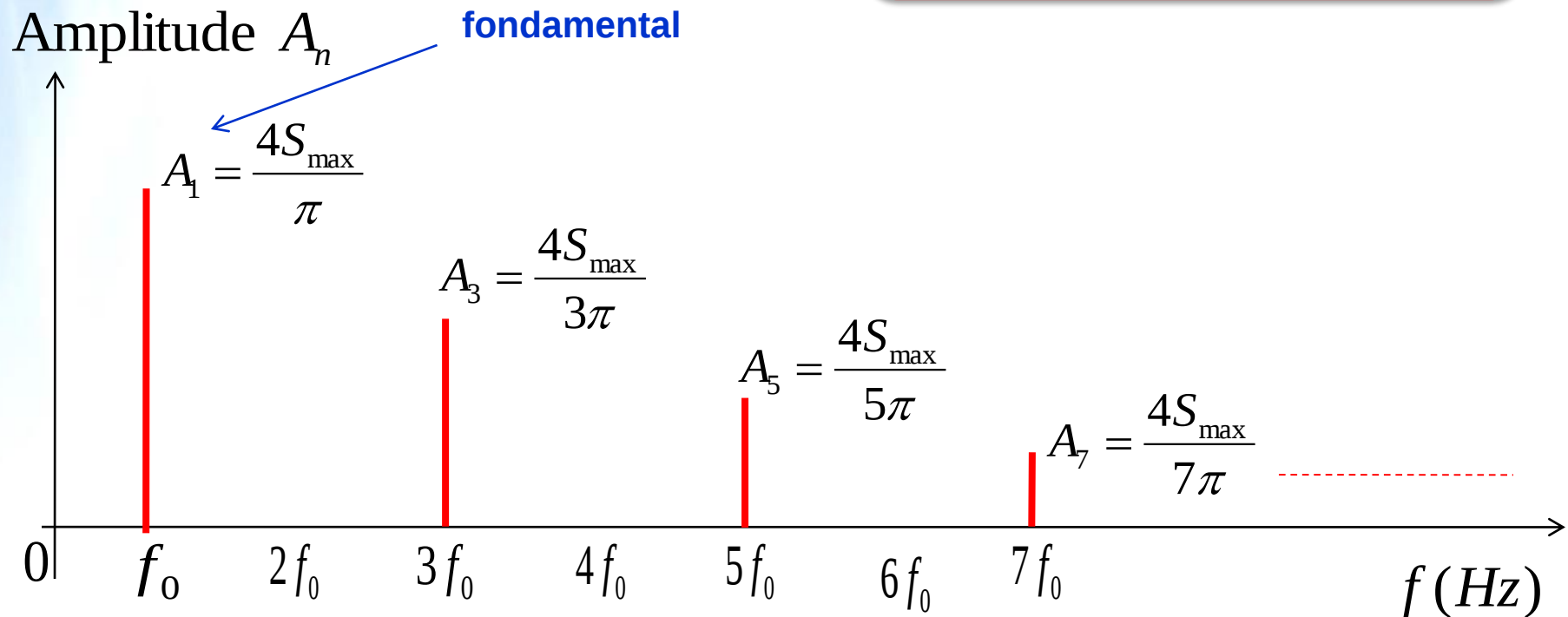
$$b_{2k+1} = \frac{1}{(2k+1)} \frac{4S_{\max}}{\pi}$$

Spectre unilatéral:

$$a_n = 0 \Rightarrow A_n = |b_n|$$



$$A_{2k+1} = \frac{1}{(2k+1)} \frac{4S_{\max}}{\pi}$$



- Le taux de distorsion harmonique du signal rectangulaire vaut:

$$THD = \frac{\sqrt{S_{\max}^2 - A_{1\text{eff}}^2}}{A_{1\text{eff}}} \times 100$$

$$THD = \frac{\sqrt{S_{\max}^2 - \left(\frac{4S_{\max}}{\pi\sqrt{2}}\right)^2}}{\frac{4S_{\max}}{\pi\sqrt{2}}} \times 100$$

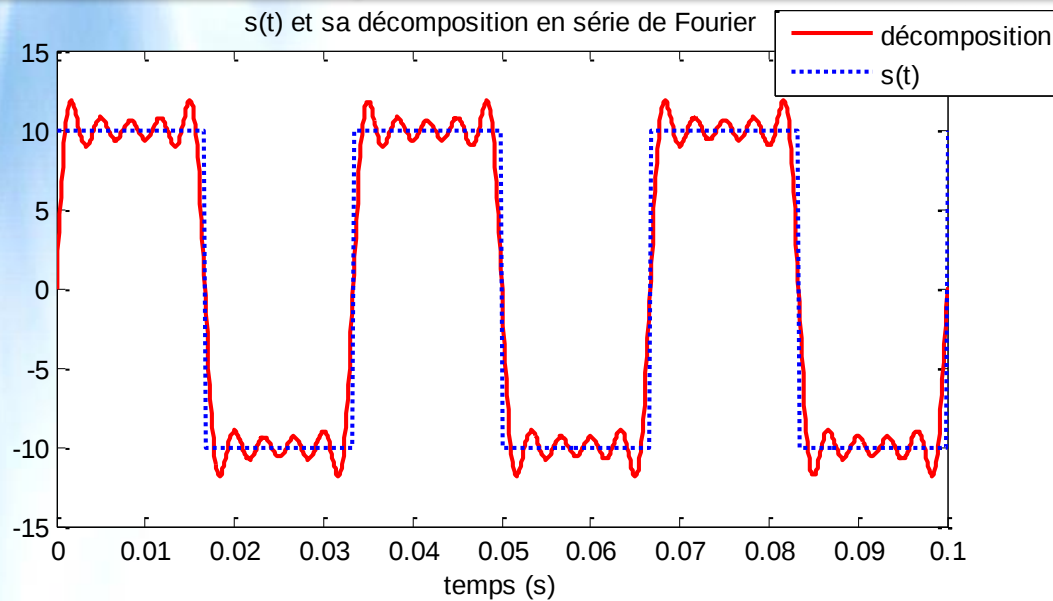
$$THD = \left(\sqrt{\frac{2\pi^2}{16} - 1} \right) \times 100 = \left(\sqrt{\frac{\pi^2}{8} - 1} \right) \times 100 = 48,3\%$$

Exercice N°1

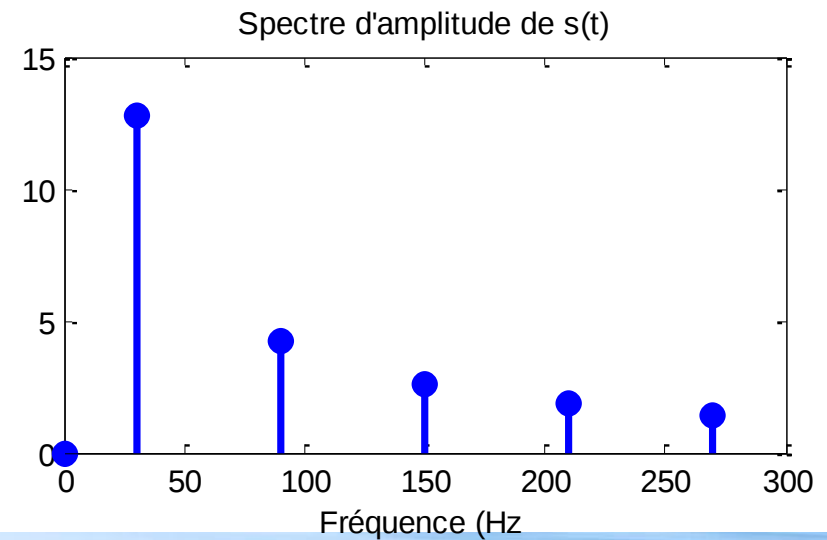
- *Ecrire un script qui permet de comparer un signal rectangulaire d'amplitude 10 et de fréquence 10Hz avec sa décomposition en série de Fourier?*

```
%%%%%%%%%%%%%% Serie de Fourier Signal Rectangulaire %%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%% Signal rectangulaire

clc;
Smax=10;
f0=30;
pas=1e-4;
t = 0:pas:0.1;
s_t = Smax*square(2*pi*f0*t);
figure(1)
plot(t,s_t);
N_t=length(t);
N_h=5;
a0=0;
%%%%%%%% Calcul des différent harmoniques %%%%%%%%%%%%%%%
Mat=zeros(N_h,N_t);
s_h=zeros(1,N_t);
harm=zeros(1,N_h+1);
harm(1,1)=a0;
freq=zeros(1,N_h+1);
%%%%%%%%%%%%%% remplissage des différents vecteurs
for k=0:N_h-1
    n=2*k+1;
    bn=(4*Smax/(n*pi));
    Mat(k+1,:)=bn*sin(n*2*pi*f0*t);
    %%%%%%%%% Sommation des signaux
    s_h=s_h+Mat(k+1,:);
    harm(1,k+2)=bn;
    freq(1,k+2)=n*f0;
end
figure(2);
plot(t,s_h,'r',t,s_t,'b');
title ('s(t) et sa décomposition en série de Fourier');
xlabel('temps (s)');
figure(3);
stem (freq,harm,'filled','LineWidth',2.5);
title ('Spectre d'amplitude de s(t)');
xlabel('Fréquence (Hz)');
```



Tracé pour le cas de 5
harmonique

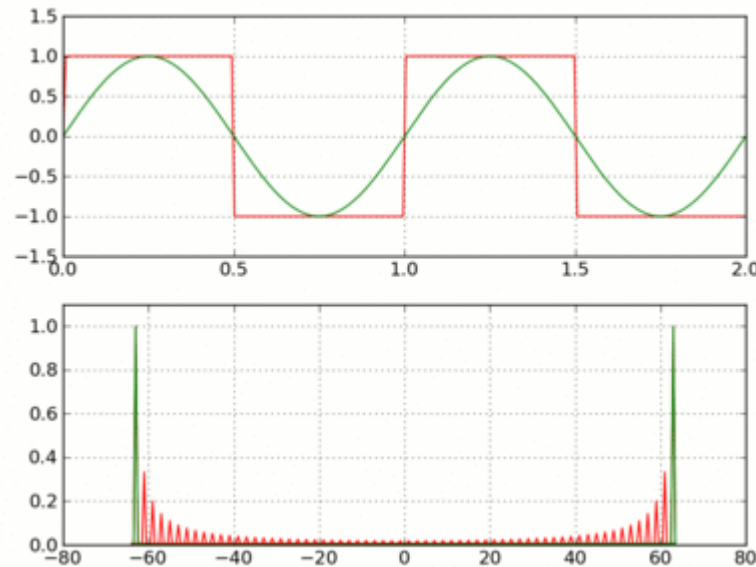


Il apparaît une déformation du signal, connue sous le nom de **phénomène de Gibbs**. Ce phénomène est un **effet de bord** qui se produit à proximité d'une discontinuité, lors de l'analyse d'une fonction **dérivable par morceaux**.



$N = 0$

Apparition des **oscillations de Gibbs** aux discontinuités



Exercice N°2: signal triangulaire

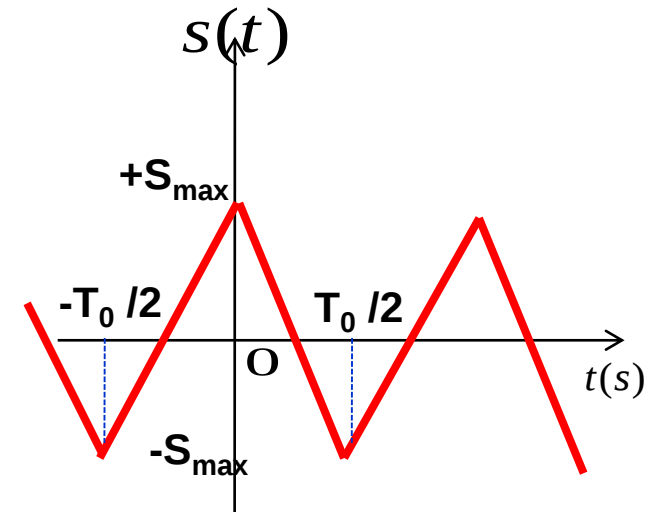
Soit un signal triangulaire $s(t)$ ci-contre

- 1) Montrer que: $b_n=0$ $a_0=0$ et les a_n
s'expriment comme suit

$$a_{2k+1} = \frac{1}{(2k+1)^2} \frac{8S_{\max}}{\pi^2}$$

Il n'ya que les harmoniques de rang impair?

- 2) Calculer son THD?
3) Ecrire un script Matlab qui permet de comparer un signal
triangulaire d'amplitude 10 et de fréquence 10Hz avec sa
décomposition en série de Fourier?



```
%%%%%%%%%%%% Série de Fourier Signal Triangulaire %%%%%%%%%%%%%%
clc;
Smax=10; f0=30; pas=1e-4;
t = -0.1:pas:0.1;
s_t = Smax*sawtooth(2*pi*f0*t-pi,0.5);
figure(1)
plot(t,s_t);
N_t=length(t);
N_h=5;
a0=0;
%%%%%%%%%%%% Calcul des différents harmoniques %%%%%%%%%%%%%%
Mat=zeros(N_h,N_t);
s_h=zeros(1,N_t);
harm=zeros(1,N_h+1);
harm(1,1)=a0;
freq=zeros(1,N_h+1)
for k=0:N_h-1
    n=2*k+1;
    an=(8*Smax/(n^2*pi^2));
    Mat(k+1,:)=an*cos(n*2*pi*f0*t);
    s_h=s_h+Mat(k+1,:);
    harm(1,k+2)=an;
    freq(1,k+2)=n*f0;
end
figure(2);
plot(t,s_h,'r',t,s_t,'b');
title('s(t) et sa décomposition en série de Fourier');
xlabel('temps (s)');
figure(3);
stem(freq,harm,'filled','LineWidth',2.5);
title('Spectre d'amplitude de s(t)');
xlabel('Fréquence (Hz)');
```

Exercice N°3: Signal modulé en amplitude AM

Un signal modulé en amplitude (AM) peut s'écrire comme suit

$$v(t) = A(1 + m \cos(2\pi f t)) \cdot \cos(2\pi F_0 t)$$

où m est le taux de modulation ($0 < m < 1$)

f : fréquence du signal modulant (*en radio le signal modulant est la parole ou la musique*)

F_0 : fréquence de la porteuse

- 1) Montrer que le spectre du signal AM $v(t)$ est constitué de trois raies aux fréquences :

$$F_0 - f \quad F_0 \quad F_0 + f$$

- 2) Ecrire un script Matlab qui permet de générer un signal modulé en amplitude. On prendra **$A=10$; $F_0=1000$; $f=10$; $m=0.8$** .

```
%%%%%%%%%%%%%% Signal modulé AM %%%%%%%%%%%%%%%  
%%%%%%%%%%%%%%  
  
clc;  
A=10;  
F0=1000;  
f=10;  
m=0.8;  
pas=1e-5;  
  
%% génération du signal  
t = -0.1:pas:0.1; %%% Intervalle du temps  
v_t = A*(1+m*cos(2*pi*f*t)).*cos(2*pi*F0*t); %%% Signal modulé (n'oubliez pas la  
%multiplication point à point d'un vecteur .*)  
  
figure(1)  
plot(t,v_t); %%% Affichage du signal v(t)
```

5. Transformée de Fourier

5.1. Rôle:

- La transformée de Fourier permet de déterminer le spectre d'un signal $s(t)$ non périodique (ou apériodique).

5.2. Transformée de Fourier:

- On appelle la transformée de Fourier d'un signal $s(t)$, la fonction $S(f)$ telle que:

$$\underline{S}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) e^{-j2\pi ft} dt$$

- la transformée de Fourier inverse se calcule comme suit

$$s(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \underline{S}(f) e^{+j2\pi ft} df$$

- $S(f) = |\underline{S}(f)|$ est appelé la densité spectrale d'amplitude
- $\arg(\underline{S}(f))$ est le spectre de phase.

5.3. Exemples:

a) spectre d'un échelon unitaire:

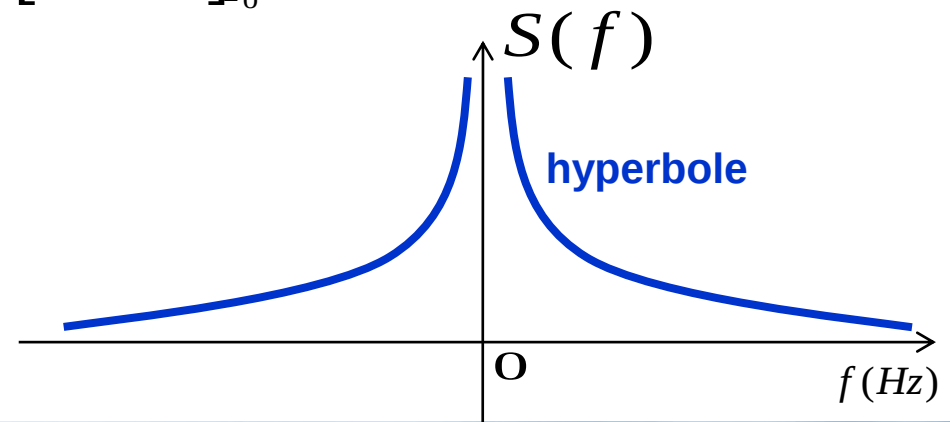
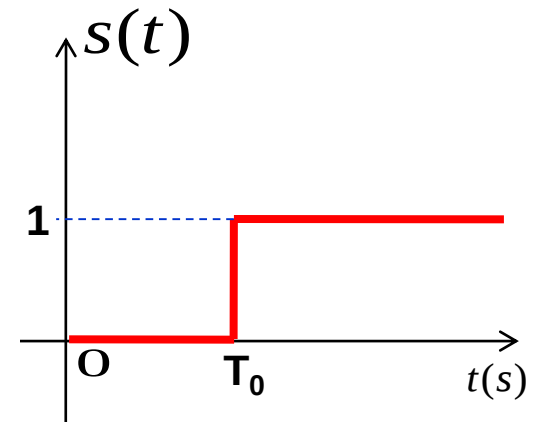
- Soit $s(t)$ un échelon unitaire retardé de T_0

$$\underline{S}(f) = \int_{T_0}^{+\infty} e^{-j2\pi ft} dt = \frac{1}{-j2\pi f} \left[e^{-j2\pi ft} \right]_{T_0}^{+\infty}$$

$$\underline{S}(f) = \frac{1}{j2\pi f} e^{-j2\pi f T_0}$$



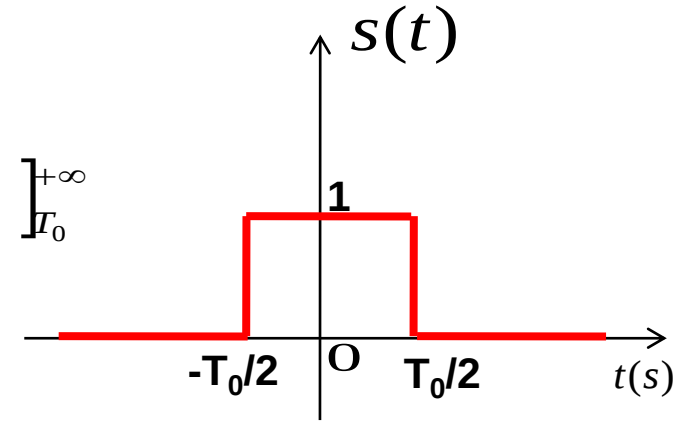
$$S(f) = \frac{1}{2\pi f}$$



b) spectre d'une impulsion de durée T_0 : fonction "fenêtre" (ou "porte")

- Un signal porte $s(t)$ est une impulsion de durée T_0 et de hauteur unitaire; centrée à l'origine.

$$\underline{S}(f) = \int_{-\frac{T_0}{2}}^{+\frac{T_0}{2}} e^{-j2\pi ft} dt = \frac{1}{j2\pi f} \left[e^{j\pi f T_0} - e^{-j\pi f T_0} \right]_{T_0}^{+\infty}$$



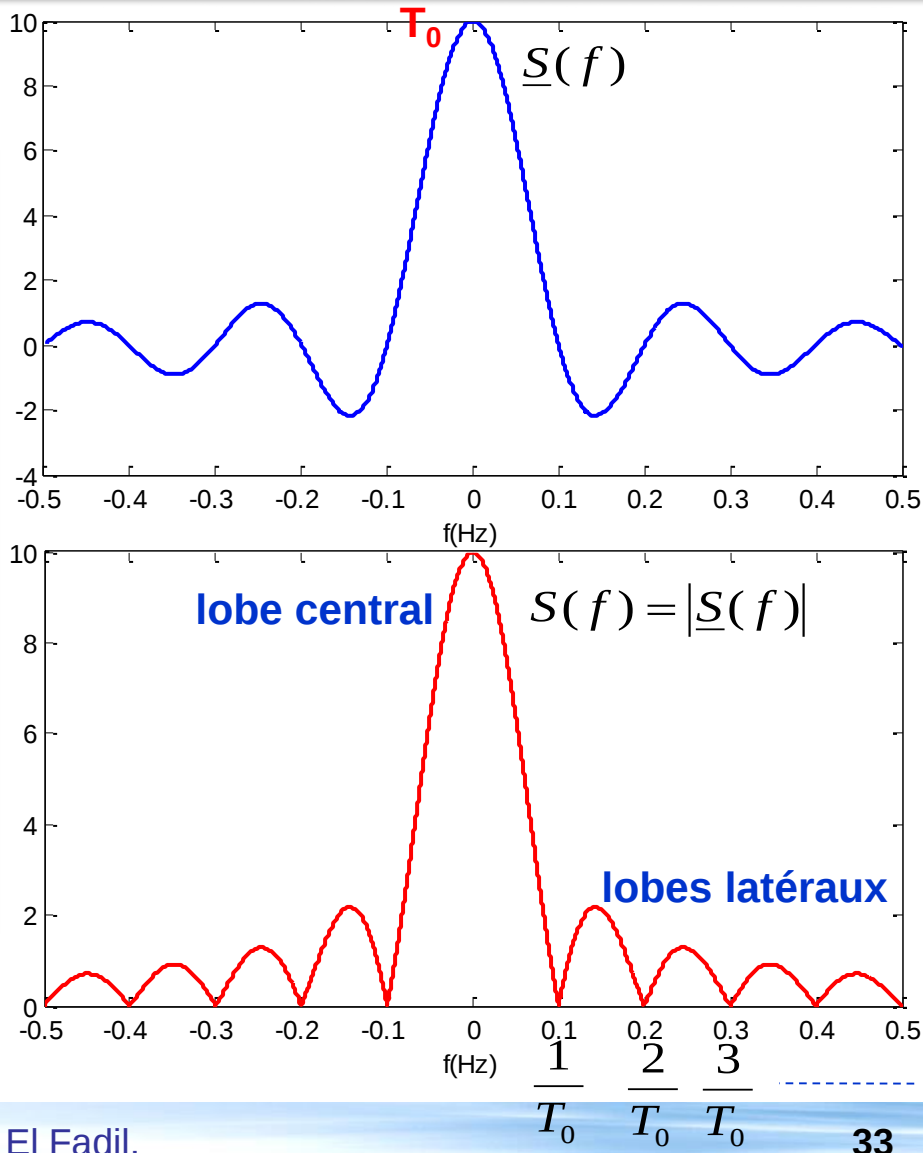
$$\underline{S}(f) = T_0 \frac{\sin(\pi f T_0)}{\pi f T_0} = T_0 \text{sinc}(f T_0)$$



$$S(f) = T_0 \left| \frac{\sin(\pi f T_0)}{\pi f T_0} \right| = T_0 |\text{sinc}(f T_0)|$$

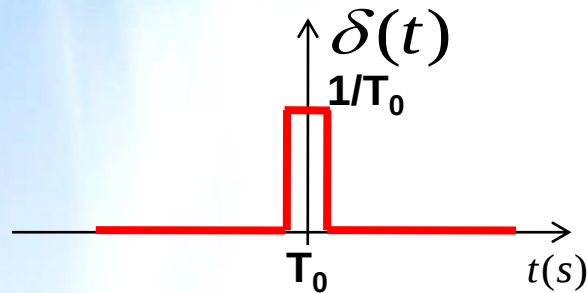
Où $\text{sinc}(x)$ est le sinus cardinal de x $\text{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$ $\text{sinc}(0) = 1$

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%  
% Transformée de Fourier d'un signal porte  
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%  
clc;  
T0=10;  
pas=1e-5;  
f = -0.5:pas:0.5;    %% Intervalle de fréquence  
S_f = T0*sinc(T0*f); %% transformée de Fourier  
figure(1)  
plot(f,S_f);    %% Affichage du signal S(f)  
title('S(f)');  
xlabel('f(Hz)');  
figure(2)  
s_f_m=abs(S_f);  
plot(f,s_f_m); %% Affichage du module de S(f)  
title('module de S(f)');  
xlabel('f(Hz)');
```



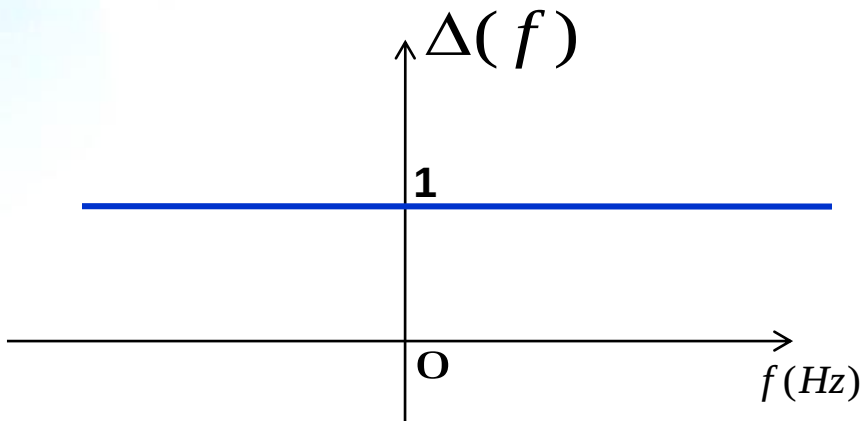
c) Spectre d'une impulsion de Dirac

- Cette impulsion est de durée T_0 très courte et d'amplitude $1/T_0$:



$\delta(t)$ a comme transformée:

$$\Delta(f) = \lim_{T_0 \rightarrow 0} \frac{1}{T_0} \cdot T_0 \left| \frac{\sin(\pi f T_0)}{\pi f T_0} \right| = 1$$



**Le spectre d'une impulsion de Dirac
contient toutes les fréquences!**

5.4. Transformée de Fourier Discrète (TFD)

5.4.1 Introduction:

- Lorsqu'on désire calculer la transformée de Fourier d'une fonction $s(t)$ à l'aide d'un ordinateur (calculateur, cas **des analyseurs de spectre numériques**), ce dernier n'ayant qu'un nombre fini de mots de taille finie, on est amené à:
 - *discrétiser la fonction temporelle (échantillonner),*
 - *tronquer la fonction temporelle,*
 - *discrétiser la fonction fréquentielle.*
- En approchant l'intégrale par une somme d'aires de rectangles de durée T_e et en limitant la durée d'intégration à l'intervalle $[0, (N-1)T_e]$, on obtient:

$$S(f) = T_e \sum_{n=0}^{N-1} s(nT_e) e^{-j2\pi f n T_e}$$

- Ce qui donne pour les valeurs de fréquences $f_k = k f_e/N$:

$$S(f_k) = T_e \sum_{n=0}^{N-1} s(nT_e) e^{-j2\pi \frac{nk}{N}}$$

- Ce n'est pas une approximation sophistiquée de $S(f)$, mais elle est très utilisée en pratique sous le nom de TFD car il existe un algorithme de calcul efficace appelé **FFT (Fast Fourier Transform)** ou **TFR (Transformée de Fourier rapide)**.

5.4.2 Définition de la TFD :

- On appelle transformée de Fourier discrète d'une suite de N termes $s(0), s(1), \dots, s(N-1)$, la suite de N termes $S(0), S(1), \dots, S(N-1)$, définis par:

$$S(k) = \sum_{n=0}^{N-1} s(n) e^{-j2\pi \frac{nk}{N}}$$

- En pratique, les N termes $s(n)$ peuvent être N échantillons d'un signal analogique échantillonné: $s_n = s(nT_e)$, et les N termes $S(k)$ correspondre à une approximation (à un facteur multiplicatif T_e près) de la transformée de Fourier de ce signal aux N points de fréquence $f_k = k f_e/N$, avec k entre 0 et $N-1$, c'est-à-dire f entre 0 et f_e .

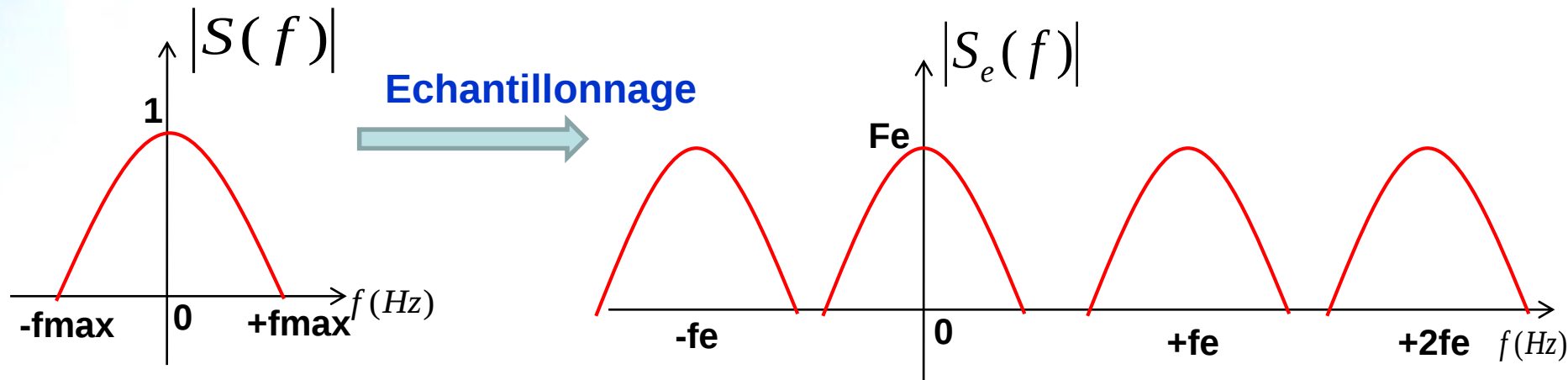
5.4.3 La TFD inverse :

- La TFD inverse est:

$$s(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} S(k) e^{j2\pi \frac{nk}{N}}$$

5.4.4 Comparaison entre la transformée de Fourier et la TFD :

- L'échantillonnage d'un signal $s(t)$ à f_e rend *périodique* le spectre et le multiplie par $Fe=1/Te$.



5.4.4 Exemples d' Applications sous MATLAB:

a) Application 1: signal sinusoïdal

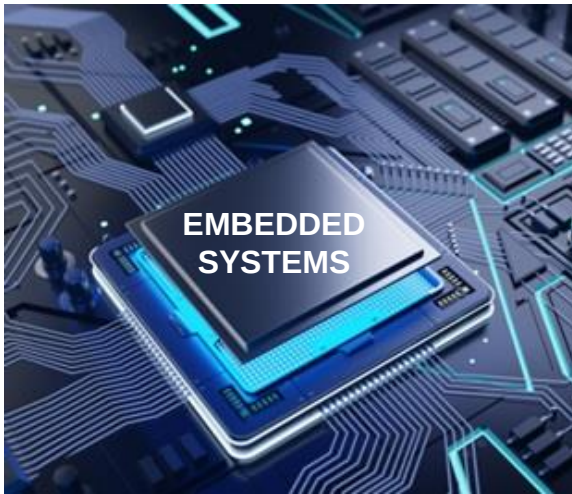
```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Génération d'un signal cosinusoidal %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
clear all; close all; clc;
Fe=1000;                %%%%%%%%% Fréquence d'échantillonnage
Te=1/Fe;                %%%%%%%%% Période d'échantillonnage
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Définition du Signal cosinus %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
f=100;                  %%%%%%%%% Fréquence du signal
t=0:Te:1;
N=length(t);
s_t=cos(2*pi*f*t);
subplot(2,1,1);         %%%%%%%%% divise la figure en deux parties
plot(t,s_t);
xlabel('temps');
ylabel('s(t)');
title('cos(2.pi.f.t)');
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% FFT du signal %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
subplot(2,1,2);
f=linspace(-Fe/2,Fe/2,N); %%%%%%%%% génère N point linéairement équidistants entre -Fe/2 et Fe/2
X_f=fft(s_t)/Fe;        %%%%%%%%% FFT du signal
S_f = fftshift(X_f);     %%%%%%%%% visualiser la transformée de Fourier avec
                        %%%%%%%%% la composante de fréquence nulle au milieu du spectre.==>SPECTRE BILATERAL
                        %%%%%%%%% Calcul du module
S_f_m = abs(S_f);
plot(f,S_f_m);
grid on;
xlabel('frequence');
ylabel('S(f)');
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% FFT inverse du signal %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
s=ifftshift(S_f)*Fe;
s_t_inv=ifft(s);
figure (3)
plot(t,s_t,'b',t,s_t_inv,'r');
axis([0.4 0.5 -1.2 1.2]);
```

a) Application 2: signal rectangulaire

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Génération du signal rectangulaire %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
clear all; close all; clc;
Fe = 8e3;                    %%%%%%%%% Fréquence d'échantillonnage
Te=1/Fe;                    %%%%%%%%% Période d'échantillonnage
t=0:Te:1;                   %%%%%%%%% axe des temps
N = length(t);              %%%%%%%%% taille du vecteur temps
f=100;                      %%%%%%%%% Fréquence du signal
s_t = 10*square(2*pi*f*t);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Calcul de la FFT %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
X_f=fft(s_t)/Fe;            %%%%%%%%% FFT du signal
S_f = fftshift(X_f);         %%%%%%%%% visualiser la transformée de Fourier avec
                             %%%%%%%%% la composante de fréquence nulle au milieu du spectre.
S_f_m = abs(S_f);           %%%%%%%%% Calcul du module
f=linspace(-Fe/2,Fe/2,N);    %%%%%%%%% génère N point linéairement équidistants entre -Fe/2 et Fe/2

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Affichage %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
subplot(2,1,1);              %%%%%%%%% divise la figure en deux parties
plot(t,s_t);
axis([0 0.1 -12 12]);        %%%%%%%%% zoom de la figure
xlabel('temps t'),
ylabel('s(t)');
subplot(2,1,2);
plot(f,S_f_m);
axis([-1200 1200 0 10])
xlabel('frequence f'),
ylabel('S(f)');
```



FIN !
Questions ?