Mathématiques

Période 3

Niveau
2AC

Leçon 8	Triangles particuliers
Tâche 3	Utiliser la congruence de deux triangles pour résoudre un problème

Ouverture de la séance

10 min 

Bonjour! Prêts pour démarrer notre séance? Allons-y!

0

Discussion informelle

2 min

Voici la réponse.

L'enseignant incite les élèves à prendre conscient de ces comportement en classe

Je participe activement.
Je lève la main pour participer

Je prête attention quand l'enseignant parle
Je prête attention quand d'autres camarades répondent à l'enseignant

Voici une situation en classe. Que remarquez-vous ? Ce comportement est-il approprié ? Pourquoi ? Que faudrait-il améliorer ou changer ?

Demander à 3 élèves au hasard en justifiant leurs réponses

C’est un mauvais comportement. L’élève n’est pas attentif.

L’enseignant précise que les distracteurs perturbent l’attention et la concentration

L'élève est distrait pendant l'explication : il regarde ailleurs et ne prête pas attention à l'enseignant.

0

Contrôle des cahiers et correction des devoirs

On commence par la correction de l'exercice maison de la séance précédente.

L'enseignant contrôle les réalisations d'un échantillon d'élèves avant de passer à la correction au tableau. Il fait un Rappel de définitions ou d'erreurs fréquentes etc

Je m'entraîne à la maison

4 Soit ΔABC un triangle isocèle tels que AB = AC, AH est la hauteur issue de A.

. Démontrer que AH est aussi bissectrice de ∠CAB.

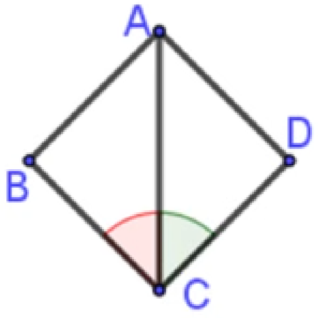
0

Activation des prérequis

Lisez l'énoncé ci-dessous, puis complétez..

L'enseignant choisit au hasard deux élèves pour justifier oralement leurs réponses.

ABCD est un carré. On veux démontrer que $\angle BCA = \angle ACD$

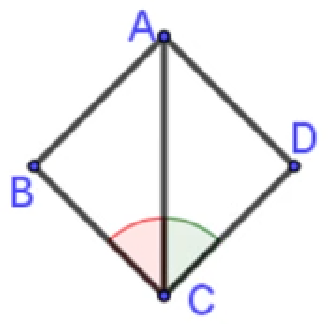


L'hypothèse est: ....

Les hypothèses, ce sont les informations supposées vraies dans l'énoncé

L'enseignant explique pourquoi.

ABCD est un carré. On veux démontrer que ∠BCA= ∠ACD

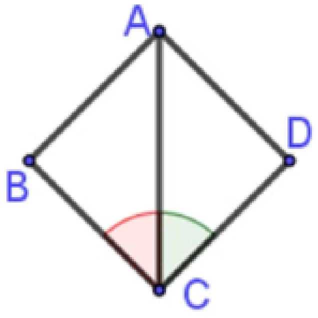


L'hypothèse est: ABCD est un carré

Lisez l'énoncé ci-dessous, puis complétez.

L'enseignant choisit au hasard deux élèves pour justifier oralement leurs réponses

ABCD est un carré. On veux démontrer que $\angle BCA = \angle ACD$

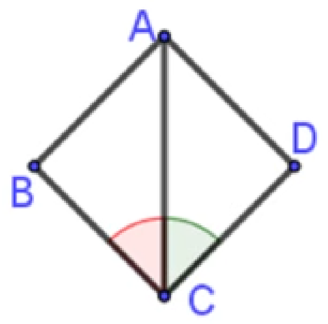


La conclusion est: ....

La conclusion, c'est le résultat final qu'on doit prouver grâce aux hypothèses et aux propriétés..

L'enseignant explique pourquoi.

ABCD est un carré. On veux démontrer que $\angle BCA = \angle ACD$



La conclusion est: $\angle BCA = \angle ACD$

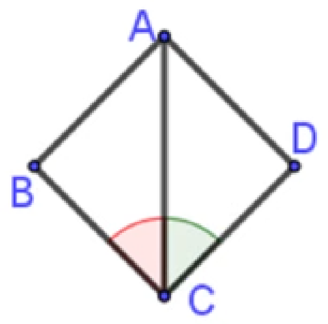
Observez la figure ci-dessous, puis complétez:

L'enseignant choisit au hasard deux élèves pour justifier oralement leurs réponses.

ABCD est un carré. On veux démontrer que $\angle BCA = \angle ACD$

Pour démontrer que $\angle BCA = \angle ACD$, je démontre que:

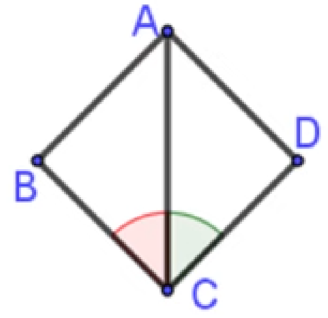
Δ.....≡ Δ .....



Je choisis les deux triangles contenant ∠BCA et ∠ACD, car en prouvant qu'ils sont congrus, j'en déduirai l'égalité des angles homologues.

L'enseignant explique pourquoi.

ABCD est un carré. On veux démontrer que ∠BCA= ∠ACD



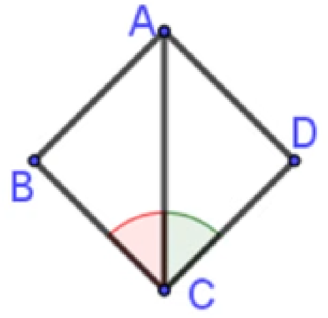
Pour démontrer que ∠BCA= ∠ACD , je démontre que:

$\Delta ABC \equiv \Delta CDA$

Complétez.

L'enseignant choisit au hasard deux élèves pour justifier oralement leurs réponses

ABCD est un carré. On veux démontrer que $\angle BCA = \angle ACD$



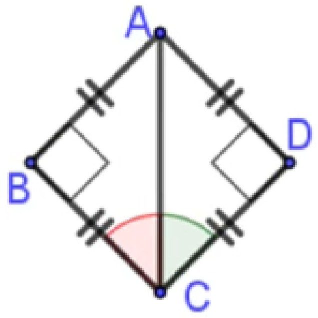
$\Delta ABC \equiv \Delta CDA$ car: ....

Je relis l'énoncé et j'observe la figure afin de choisir le critère de congruence le plus adapté. J'ai choisi le critère (CAC), mais dans ce cas on peut aussi choisir le critère (CCC)

L'enseignant explique pourquoi.

ABCD est un carré. On veux démontrer que $\angle BCA = \angle ACD$

$\Delta ABC \equiv \Delta CDA$ car: $\angle B = \angle D$, $AB=AD$ et $BC=DC$

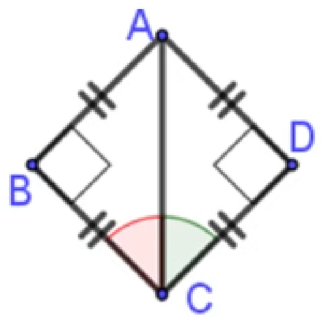


Complétez

L'enseignant choisit au hasard deux élèves pour justifier oralement leurs réponses.

ABCD est un carré. On veux démontrer que $\angle BCA = \angle ACD$

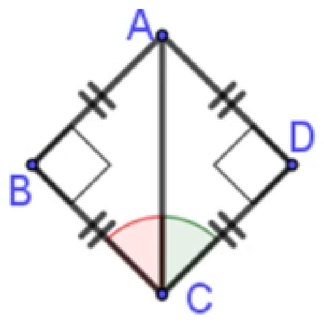
$\Delta ABC \equiv \Delta CDA$, donc ....



∠BCA≡∠ACD car ce sont deux angle homologues

L'enseignant explique pourquoi.

ABCD est un carré. On veux démontrer que ∠BCA= ∠ACD



ΔABC≡ ΔCDA, donc ∠BCA= ∠ACD

Completez.

L'enseignant donne 30s aux élèves pour réfléchir, puis invite deux ou trois d'entre eux à répondre.

Je me prépare

Citer les trois cas de congruences des triangles :

. CCC : ....

. CAC : ....

. ACA : ....

Voici les bonnes réponses

l'enseignant rappelle et explique chaque cas de congruence de deux triangles.

Je me prépare

Citer les trois cas de congruences des triangles :

. CCC : **Deux triangles sont congrus si : Ils ont leurs côtés deux à deux de même longueur.**

. CAC : **Deux triangles sont congrus si :Ils ont un angle de même mesure compris entre deux côtés deux à deux de même longueur.**

. ACA : **Deux triangles sont congrus si : Ils ont un côté de même longueur et les angles adjacents aux côtés égaux sont deux à deux égaux.**

O

Déclaration de l’objectif de la séance

2 min

On veut résoudre le problème suivant. Exprimez vos avis.

L'enseignant donne 30s aux élèves pour réfléchir, puis invite deux ou trois d'entre eux à répondre.

ABDE et BCFG sont deux carrés construits sur deux côtés du triangle ΔABC.

Démontrer que : $GA = CD$

A la fin de cette séance, vous serez capables de

À ce moment-là, on évite les termes « homologues » et « congrus »

- Utiliser la congruence de deux triangles pour résoudre un problème

Modelage

5 min

Voici le problème que je vais résoudre

L'enseignant rappelle l'ordre des points : AB homologue à EG. Donc A ↔ E et B ↔ G

Problème

ABDE et BCFG sont deux carrés construits sur deux côtés du triangle ΔABC.

Démontrer que : GA = CD

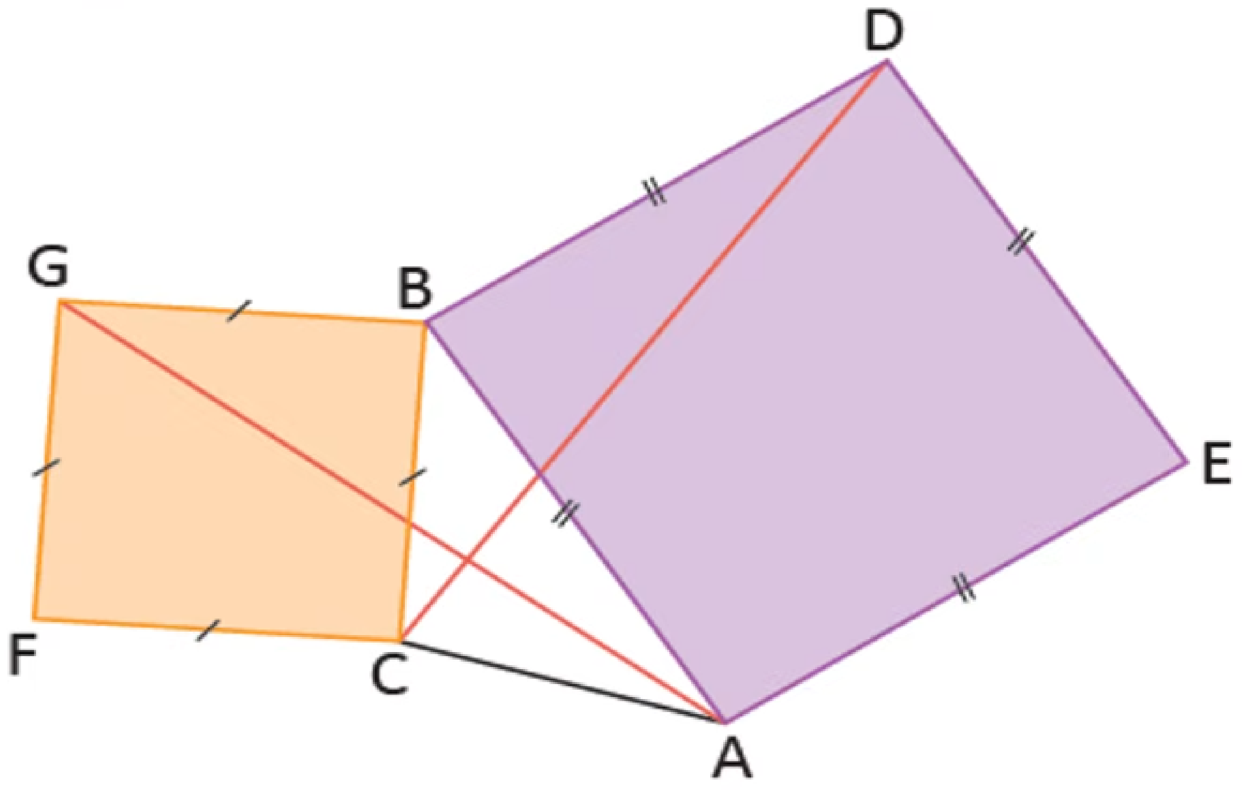
Maintenant, je vais faire une construction propre à partir des hypothèses du problème.

L'enseignant explique les étapes de la construction

Problème: ABDE et BCFG sont deux carrés construits sur deux côtés du triangle ΔABC.

Démontrer que : GA = CD

1) Bien lire l'énoncé et faire une figure propre :



Maintenant, je vais identifier sur la figue ce que je veux démontrer .

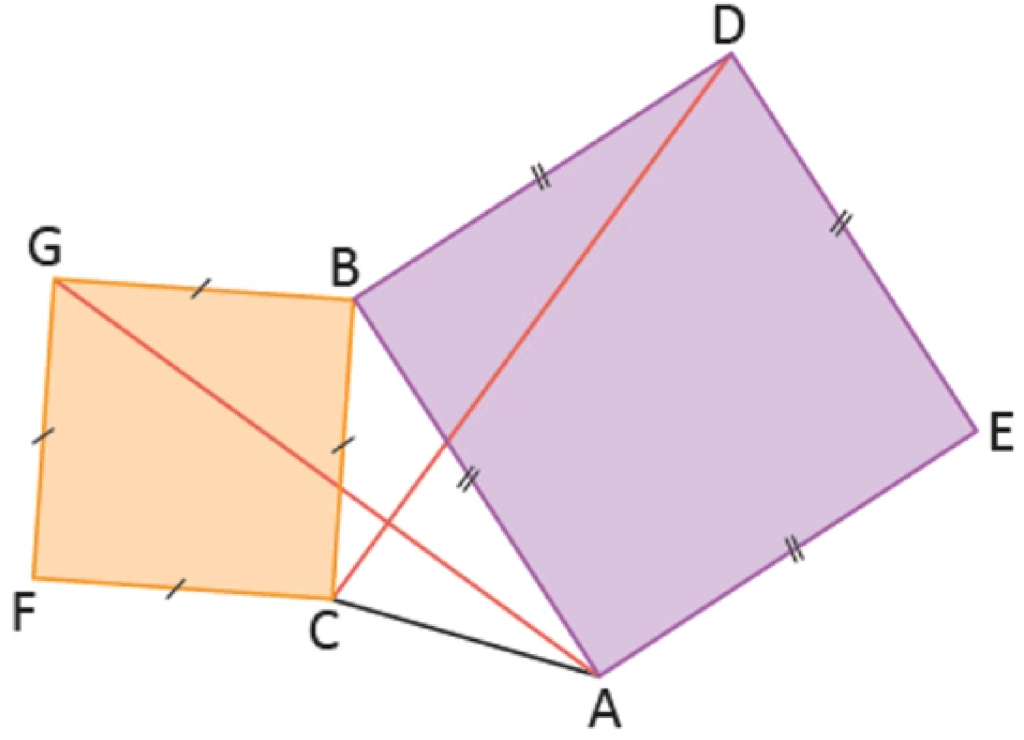
L'enseignant rappelle l'ordre des points : AB homologue à EG. Donc A ↔ E et B ↔ G

Problème: ABDE et BCFG sont deux carrés construits sur deux côtés du triangle ΔABC.

Démontrer que : GA = CD

2) Identifier ce qu'on doit démontrer :

Montrons que : **GA = CD**



Maintenant, je vais identifier sur la figure deux triangles congrus et qui possède GA et CD comme côtés homologues.

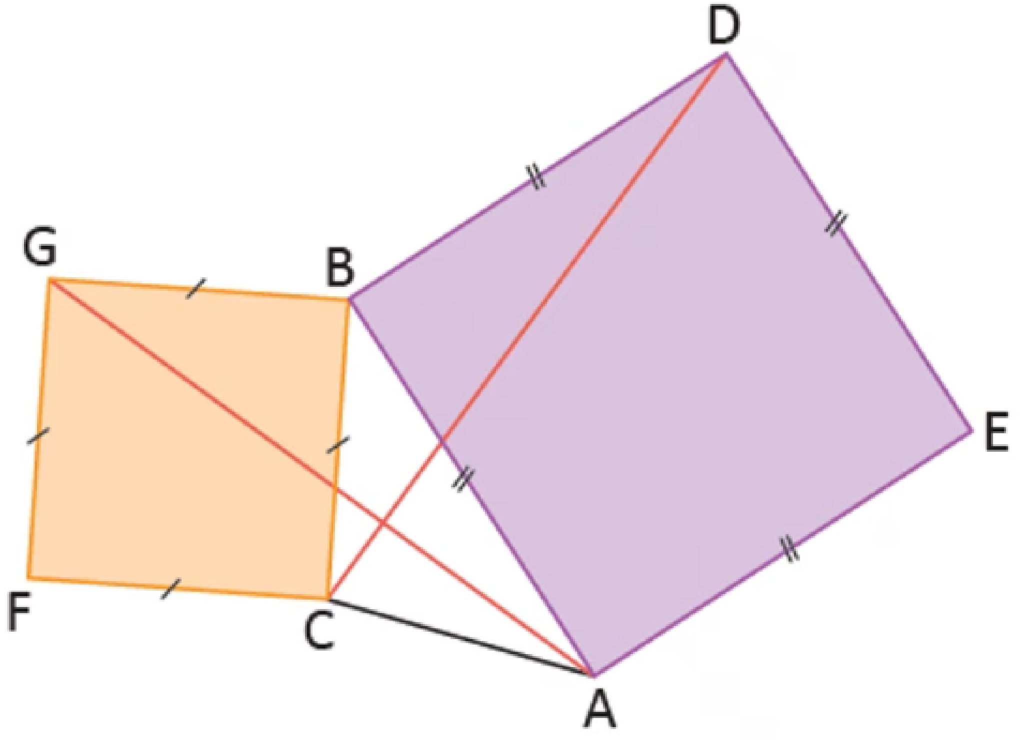
L'enseignant rappelle l'ordre des points : AB homologue à EG. Donc A ↔ E et B ↔ G

Problème: ABDE et BCFG sont deux carrés construits sur deux côtés du triangle ΔABC.

Démontrer que : GA = CD

3) Chercher la paire de triangles contenant les éléments à comparer :

Montrons que :
les deux triangles **ΔGAB** et **ΔCDB**
sont congrus.



Maintenant, j'identifier les côtés de même longueurs et les angles de même mesure pour montrer que ΔGAB et ΔDCB sont congrus.

L'enseignant rappelle l'ordre des points : AB homologue à EG. Donc A ↔ E et B ↔ G

Problème: ABDE et BCFG sont deux carrés construits sur deux côtés du triangle ΔABC. **Démontrer que : GA = CD**

4) Prouver que ces triangles sont congrus :

BCFG est un carré.

Donc : **BG = BC** 1

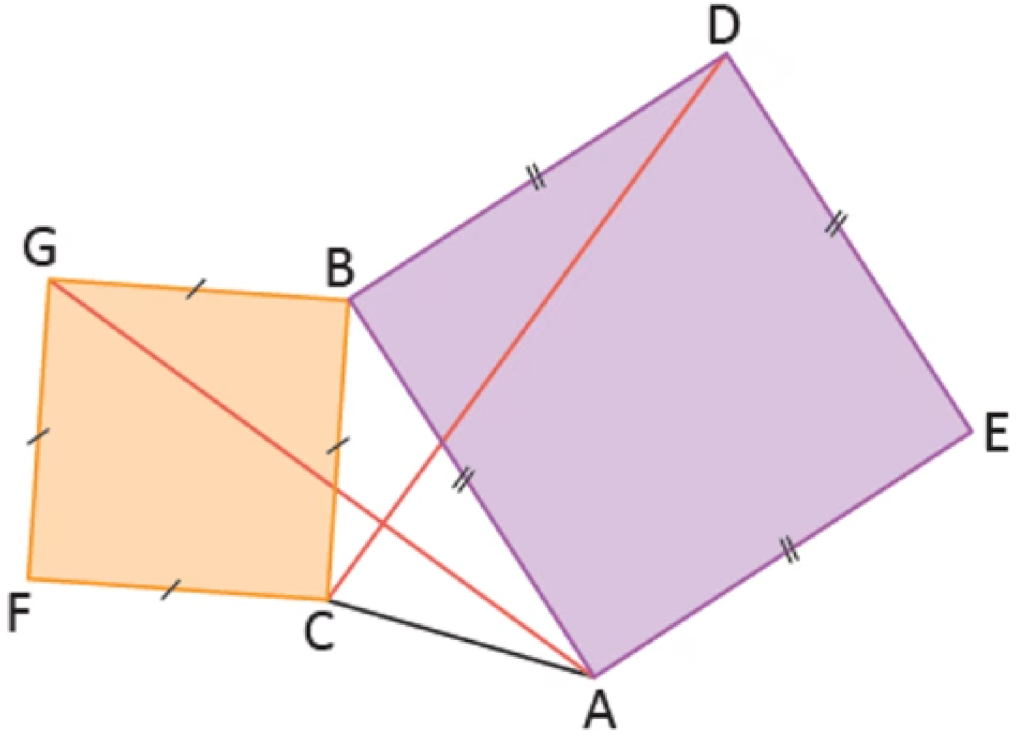
Et ABDE est un carré.

Donc : **AB = BD** 2

∠ABG = ∠ABC + ∠CBG = ∠ABC + 90°

∠DBC = ∠CBA + ∠ABD = ∠ABC + 90°

∠ABG = ∠DBC 3



Maintenant, je vais identifier les angles, les sommets et les côtés homologues (correspondants) de deux triangles congrus.

L'enseignant rappelle l'ordre des points : AB homologue à EG. Donc A ↔ E et B ↔ G

Problème: ABDE et BCFG sont deux carrés construits sur deux côtés du triangle ΔABC.

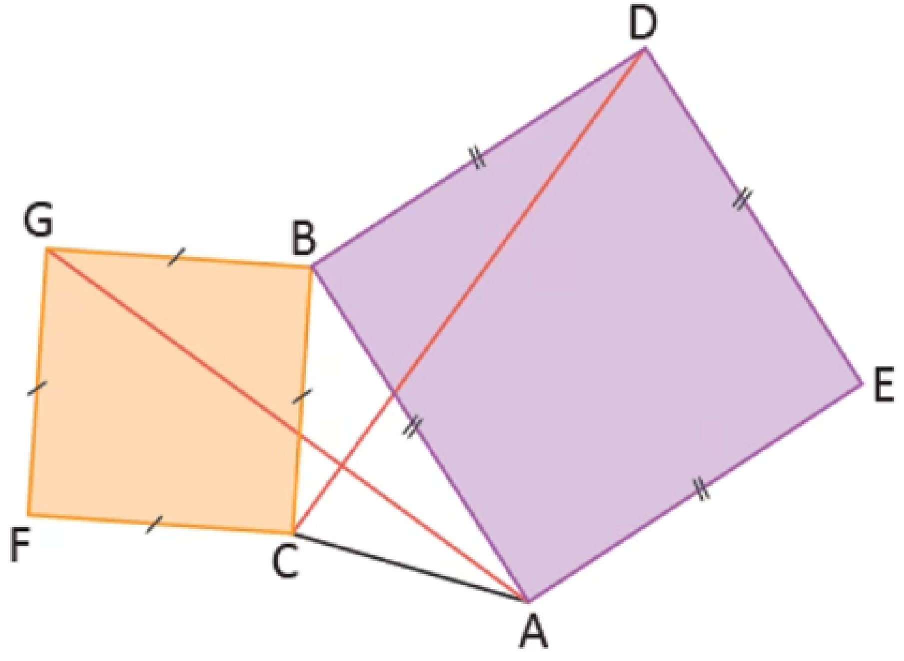
Démontrer que : GA = CD

5) Conclure :

De 1 , 2 3 et d'après le critère CAC de congruence des triangles, ΔGAB et ΔCDB sont congrus.

Il en résulte que leurs côtés homologues ont la même longueur.

D'où : **GA = CD**.



Pratique guidée collective

11 min

Pour résoudre le problème on va suivre les étapes suivantes. Etape 1: Bien lire l'énoncé et faire une figure propre .Complétez

L'enseignant explique ce qu'il faut faire

PC

Soit $\triangle ABC$ un triangle rectangle en A.
La médiatrice du côté AC le coupe en M et coupe BC en N.

Montrer que $AN = CN$.

1) Bien lire l'énoncé et faire une figure propre :

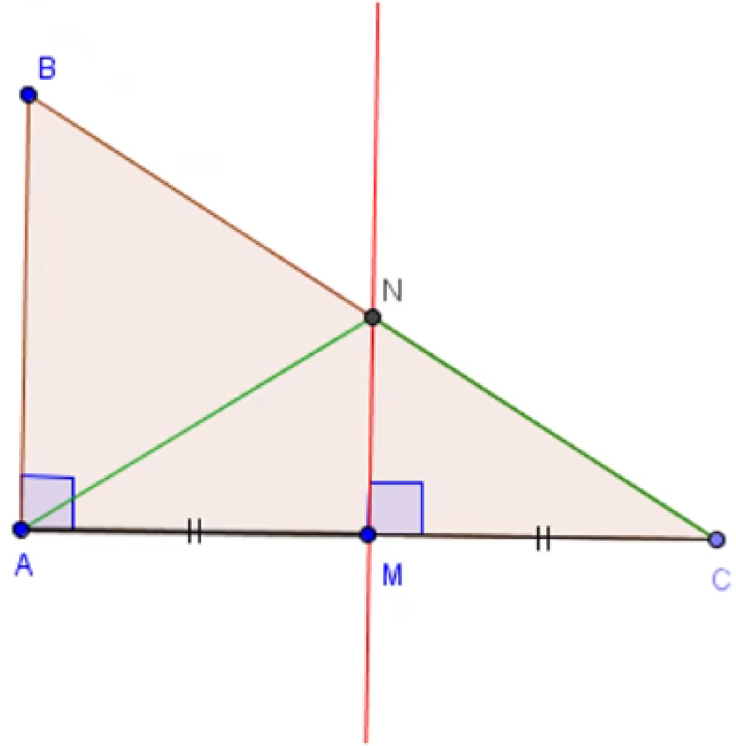
On a ΔABC un triangle **rectangle en A**, donc :

……………..=90°

On trace la **médiatrice** de AC :c'est la droite ………………………. à AC passant par son ………….

Donc:

………………=………………=90° et ……… =MA



Voici les bonnes réponses

L'enseignant explique les hypothèses.

Soit $\triangle ABC$ un triangle rectangle en en A.
La médiatrice du côté AC coupe AC en M et BC en N.

Montrer que $AN = CN$.

1) Bien lire l'énoncé et faire une figure propre :

On a un triangle ABC **isocèle en A**, donc :

$\angle BAC$ =90°

$\angle BAC$

On trace la **médiatrice** de AC :c'est la droite **perpendiculaire** à AC passant par son **milieu**

Donc: $\angle AM\mathrm{N}$ = $\angle CMN = 90°$ **donc : MC=MA**

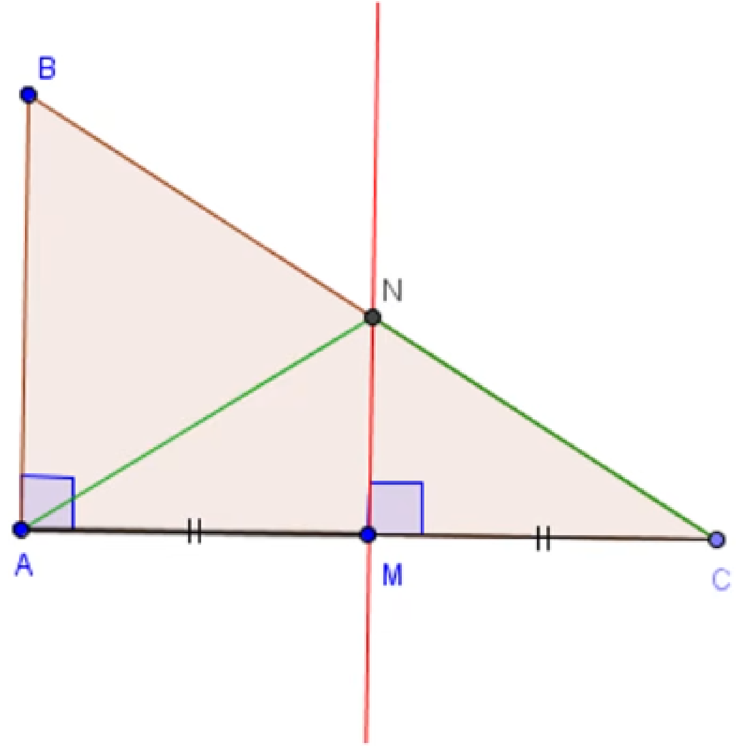
PC

Observez la figure ci-dessous, puis complétez:

L'enseignant explique ce qu'il faut faire

Soit $\triangle ABC$ un triangle rectangle en en A.
La médiatrice du côté AC coupe AC en M et BC en N.

Montrer que $AN = CN$.



2) Identifier ce qu'on doit démontrer :

On doit montrer que :

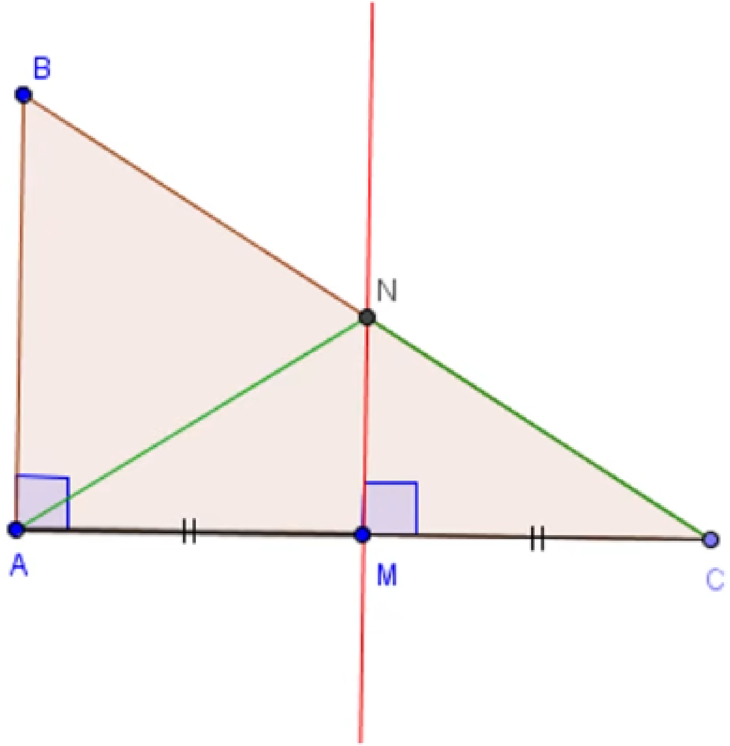
Voici la réponse:

L'enseignant explique ce qu'il faut faire

PC

Soit $\triangle ABC$ un triangle rectangle en en A.
La médiatrice du côté AC coupe AC en M et BC en N.

Montrer que $AN = CN$.



2) Identifier ce qu'on doit démontrer :

On doit montrer que : $AN = NC.$

Observez la figure ci-dessous, puis complétez:

L'enseignant explique ce qu'il faut faire

PC

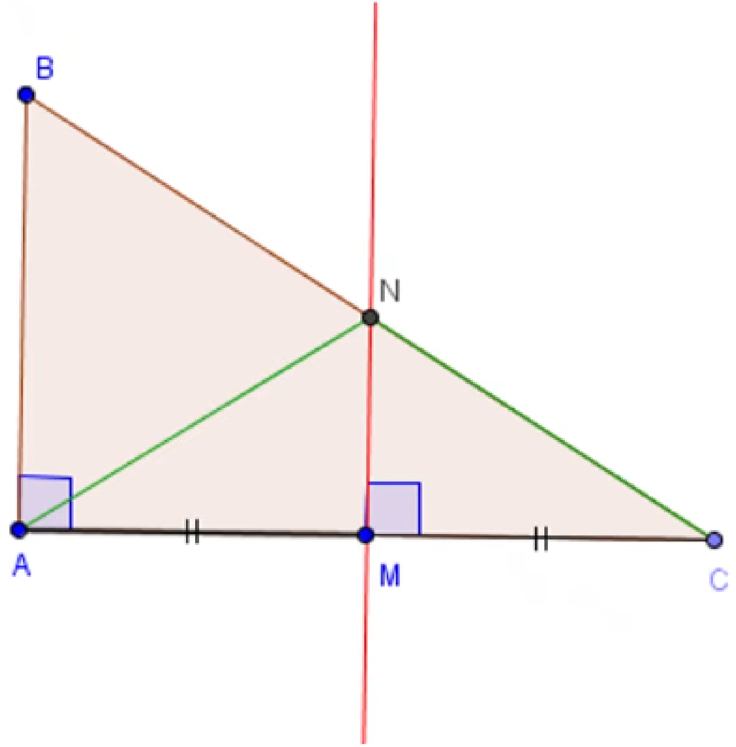
Soit $\triangle ABC$ un triangle rectangle en en A.
La médiatrice du côté AC coupe AC en M et BC en N.

Montrer que $AN = CN$.

3) Chercher la paire de triangles qui contenant les éléments à comparer :

On veut comparer AN et NC, donc on cherche des triangles qui contiennent ces deux segments :

- AN est dans le triangle ....
- NC est dans le triangle ....
- La bonne paire est donc les deux triangles .... Et...........



Voici la réponse:

L'enseignant explique ce qu'il faut faire

Soit $\triangle ABC$un triangle rectangle en en A.
La médiatrice du côté AC coupe AC en M et BC en N.

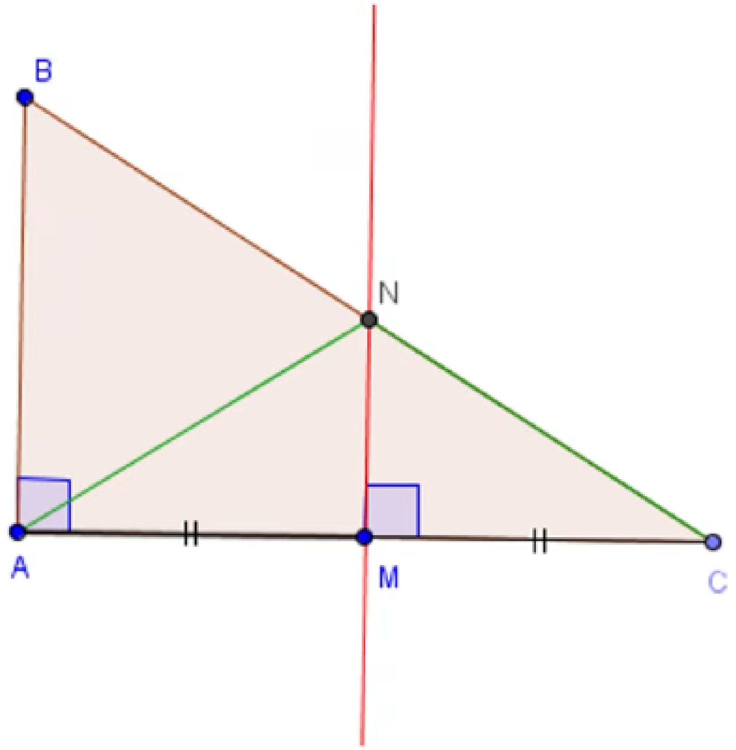
Montrer que $AN = CN$.

3) Chercher la paire de triangles qui contiennent les éléments à comparer :

On veut comparer AN et NC, donc on cherche des triangles qui contiennent ces deux segments :

- AN est dans le triangle **△ AMN**
- NC est dans le triangle **△ CMN**

La bonne paire est donc les deux triangles **△ AMN** et **△ CMN**



Observez la figure ci-dessous, puis complétez:

L'enseignant explique ce qu'il faut faire

PC

Soit $\triangle ABC$un triangle rectangle en en A.
La médiatrice du côté AC coupe AC en M et BC en N.

Montrer que $AN = CN$.

4) Prouver que ces triangles sont congrus :

On va prouver que :

a) Premier côté

La médiatrice du côté AC coupe AC en M donc: AM=........

b) Deuxième côté

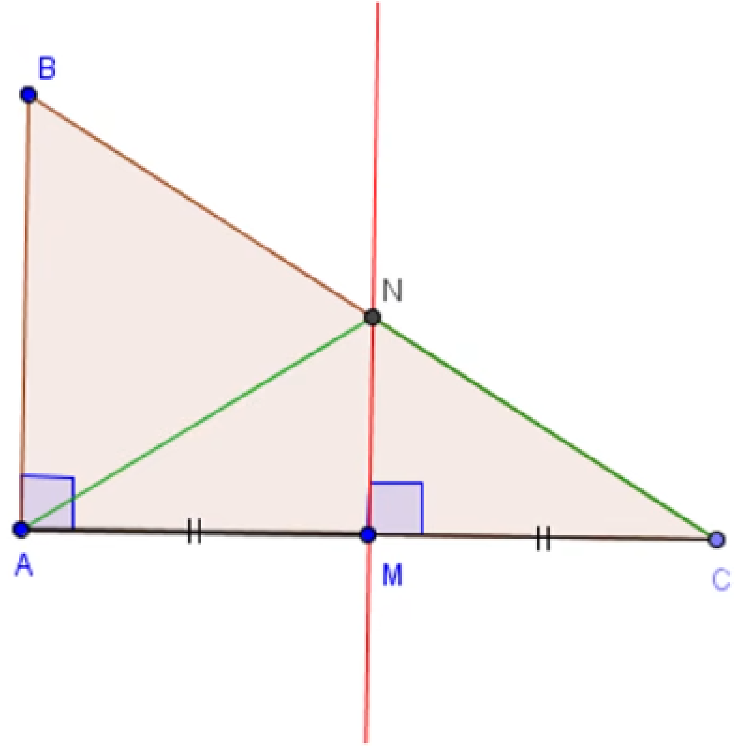
D'après l'énoncé : MN est un côté ....

c) Angle compris entre ces deux côtés

La médiatrice du côté AC coupe AC en M donc:

$$\angle AMN = \cdots \ldots \ldots$$
$$\angle CMN = \ldots \ldots \ldots ..$$

Ce qui donne : ....



Voici réponse:

L'enseignant explique ce qu'il faut faire

PC

Soit $\triangle ABC$ un triangle rectangle en en A.
La médiatrice du côté AC coupe AC en M et BC en N.

Montrer que $AN = CN$.

4) Prouver que ces triangles sont congrus :

On va prouver que :

a) Premier côté

La médiatrice du côté AC coupe AC en M donc: AM= MC

b) Deuxième côté

D'après l'énoncé : MN est un côté **commun**

c) Angle compris entre ces deux côtés

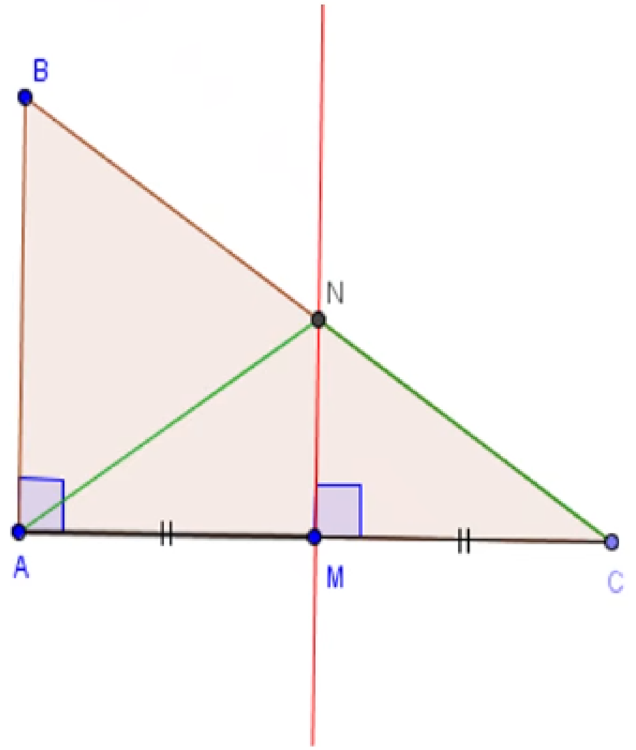
La médiatrice du côté AC coupe AC en M donc:

$$\angle AMN = 90°$$
$$\angle CMN = 90°$$

1

2

3



Observez la figure ci-dessous, puis complétez:

L'enseignant explique ce qu'il faut faire

PC

Soit $\triangle ABC$ un triangle rectangle en en A.
La médiatrice du côté AC coupe AC en M et BC en N.

Montrer que $AN = CN$.

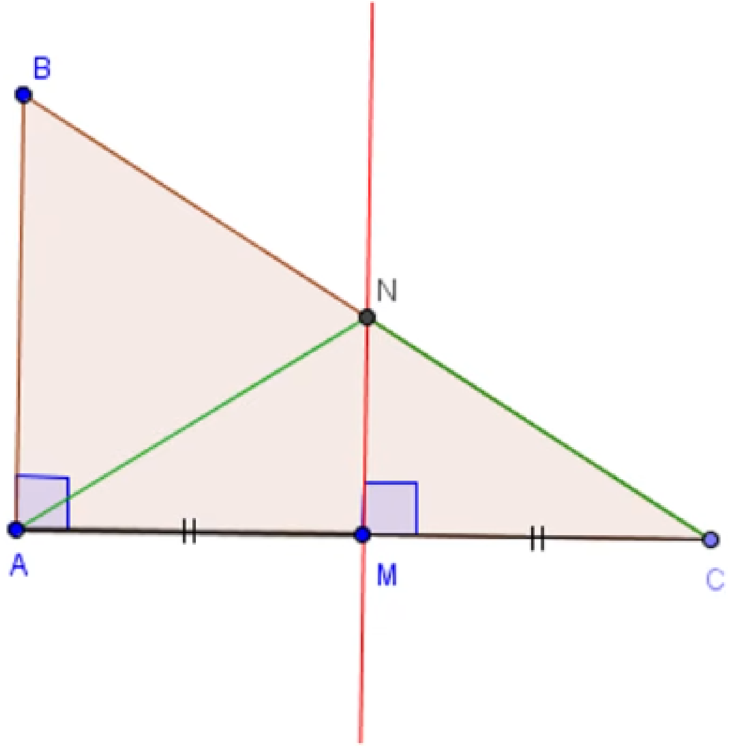
5) Conclure :

On a donc d'après 1 2 3

....

Dans deux triangles congrus, les côtés correspondants sont égaux.

Le côté AN correspond à CN, donc : ....



Voici la réponse:

L'enseignant explique ce qu'il faut faire

PC

Soit $\triangle ABC$ un triangle rectangle en en A.
La médiatrice du côté AC coupe AC en M et BC en N.

Montrer que $AN = CN$.

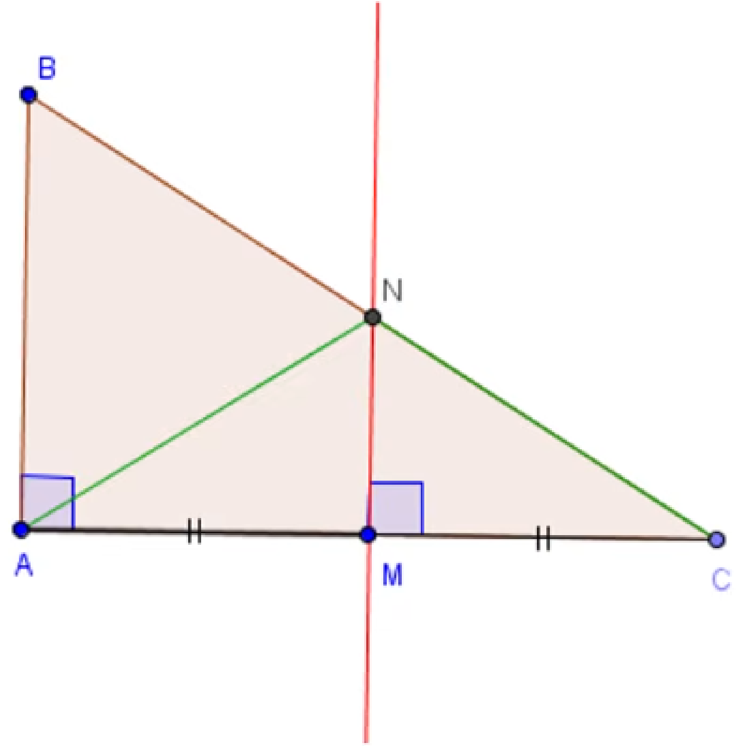
5) Conclure :

On a donc d'après 1 2 3

$$\Delta AMN \equiv \Delta CMN$$

Dans deux triangles congrus, les côtés correspondants sont égaux.

Le côté AN correspond à CN , donc : **AN = CN**



Pratique en binôme

Travaillez individuellement puis discutez en binômes vos réponses. (Corriger: dans la question 4) et BN=CM)

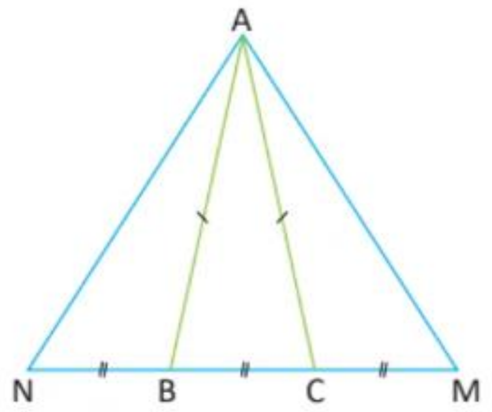
L'enseignant accorde 2 min au travail individuel puis une minute de discussion. Il circule pour contrôler et donner des indications en cas de besoin.

PB

1 ΔABC est un triangle isocèle en A. M et N sont des points de la droite BC.

Tels que : NB = BC = CM. B un point du segment NC et C un point du segment BM.

. Montrer que : AM = AN



1) Bien lire l'énoncé et faire une figure propre :

Voir figure ci-contre.

2) Identifier ce qu'on doit démontrer :

Montrons que : .... = ...

3) Chercher la paire de triangles qui contiennent les éléments à comparer :

Montrons que les deux triangles ΔABN et ΔACM sont ....

4) Prouver que ces triangles sont congrus :

On a : AB = AC (ΔABC est un triangle .... en A) 1

Et BN = CM Par hypothèse) 2

∠ABN = 180 − ∠ABC (∠ABN et ∠ABC ....)

∠ACM = 180 − ∠ACB (∠ACM et ∠ACB ....)

Puisque : ∠ABC = ∠ACB (ΔABC est un triangle .... en A) 3

Alors : ΔABN ≡ ΔACM

5) Conclure :

De 1, 2 et 3 et d'après le cas CAC, ΔABN et ΔACM sont congrus.

AM et .... sont homologues donc : .... = ...

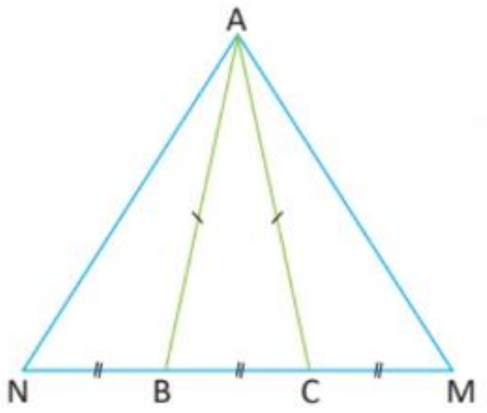
Prenez la correction sur vos livrets..

L'enseignant accorde 2 r

1 ΔABC est un triangle isocèle en A. M et N sont des points de la droite BC.

Tels que : NB = BC = CM. B un point du segment NC et C un point du segment BM.

. Montrer que : AM = AN



1) Bien lire l'énoncé et faire une figure propre :

Voir figure ci-contre.

2) Identifier ce qu'on doit démontrer :

Montrons que : **AM** = **AN**

3) Chercher la paire de triangles qui contiennent les éléments à comparer :

Montrons que les deux triangles ΔABN et ΔACM sont **congrus**.

4) Prouver que ces triangles sont congrus :

On a : AB = AC (ΔABC est un triangle **isocèle** en A) 1

Et BN = CM Par hypothèse) 2

∠ABN = 180 − ∠ABC (∠ABN et ∠ABC **supplémentaires**

∠ACM = 180 − ∠ACB (∠ACM et ∠ACB **supplémentaires**

Puisque : ∠ABC = ∠ACB (ΔABC est un triangle **isocèle** en A) 3

Alors : ΔABN ≡ ΔACM

5) Conclure :

De 1, 2 et 3 et d'après le cas CAC, ΔABN et ΔACM sont congrus.

AM et **AN** sont homologues donc : **AM** = **AN**

PB

Pratique autonome

7 min

Prenez votre livret et votre crayon, puis répondez individuellement aux exercices. Vous avez 10 min

L'enseignant vérifie les productions des élèves, donne une aide individuelle en cas de difficulté et oriente les élèves ayant terminé vers le défi.

PA

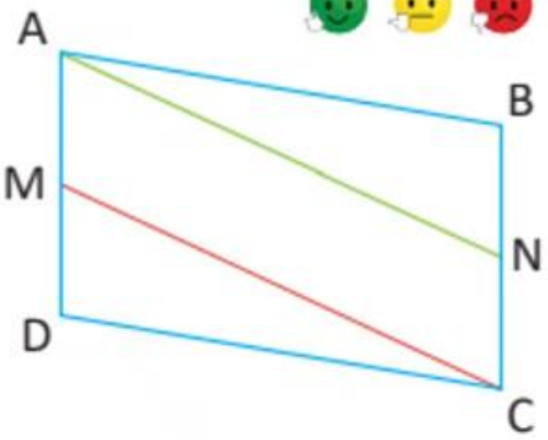
Je m'entraîne tout seul

2 **ABCD est un parallélogramme.**

M et N sont les milieux respectifs des deux segment AB et CD.

1) Montrer que : ΔABN et ΔCDM sont deux triangles congrus.

2) En déduire que : AN = CM



Le temps est terminé. Voyons ensemble la solution des exercices.

L'enseignant accorde 5 min pour donner l'occasion aux élèves de présenter leurs productions et corrige au tableau.

PA

Temps Écoulé

Clôture de la séance

C

Qui peut me dire ce que nous avons appris aujourd’hui?

L’enseignant encourage les à exprimer ce qu’ils ont appris avec leurs propres mots.

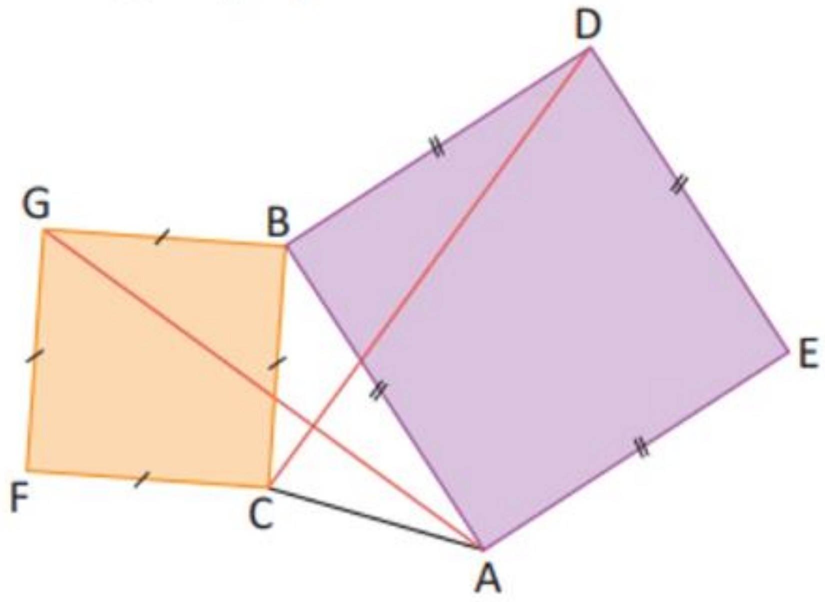
Dans cette séance nous avons appris à résoudre un problème en utilisant les triangles congrus

L'enseignant donne un rappel de la séance.

ABDE et BCFG sont deux carrés construits à l'extérieur d'un triangle ABC.

. Démontrer que : GA = CD

1) Bien lire l'énoncé et faire une figure propre :



2) Identifier ce qu'on doit démontrer :

Montrons que : GA = GC

Dans cette séance nous avons appris à reconnaître les côtés et les angles homologues de deux triangles congrus

L'enseignant donne un rappel de la séance.

3) Chercher la paire de triangles qui contiennent les éléments à comparer :

Montrons que les deux triangles ΔGAB et ΔDCB sont congrus.

4) Prouver que ces triangles sont congrus :

BCFG est un carré.

Donc : $BG = BC$ 1

Et ABDE est un carré.

Donc : $AB = BD$ 2

$\angle ABG = \angle ABC + \angle CBG = \angle ABC + 90°$

$\angle DBC = \angle CBA + \angle ABD = \angle ABC + 90°$

$\angle ABG = \angle DBC$ 3

5) Conclure :

De 1, 2 et 3 et d'après le cas CAC de congruence des triangles, ΔGAB et ΔDCB sont congrus.
Il en résulte que leurs côtés homologues ont la même longueur.

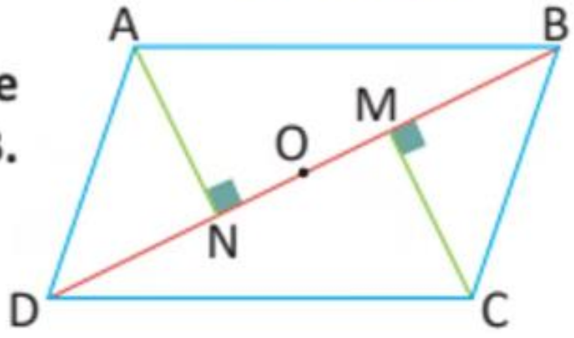
D'où : $GA = CD$.

Voici l'exercice à faire à la maison pour la séance prochaine.

L'enseignant incite les élèves à faire l'exercice à la maison, puis clôt la séance..

Je m'entraîne à la maison

3 **ABCD est un parallélogramme de centre O. N est le projeté orthogonal de A sur la droite DB. Le point M le projeté orthogonal de C sur la droite DB.**



1) Montrer que les deux triangles ΔONA et ΔOMC sont congrus.

2) En déduire que O est le milieu du segment MN.

C

C'est la fin de notre séance. N'oubliez pas de réviser votre leçon.

L'enseignant incite les élèves à faire l'exercice à la maison, puis clôt la séance..

A la prochaine séance!

C

C'est la fin de notre séance. N'oubliez pas de réviser votre leçon.

L'enseignant incite les élèves à faire l'exercice à la maison, puis clôt la séance..