

**EXERCICE 1: (10 pts)**

1,5 pts A) a) Montrer que ;  $(\forall x \in \mathbb{R}) \quad \frac{1 - e^{-x}}{1 + e^{-x}} = 1 - \frac{2}{1 + e^x}$

A) b) Simplifier le nombre :  $E = \frac{e^{1 - \ln(2)}}{e^{1 \cdot \ln(2)}}$

4 pts B) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations et les inéquations suivantes :

a)  $e^{\frac{1}{x}} = e^x$ , b)  $3e^{2x} - e^x - 2 = 0$ , c)  $2^{x+1} = 8$ , d)  $1 - 2e^x < 0$

4,5 pts C) Calculer les limites suivantes :

$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} + 2$  ;  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{x}$  ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 - x)e^{2x}$  ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{2x} - e^x + 4$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(1 + e^x)}{e^x}$  ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{1 + x^2}$

**EXERCICE 2: (4,5 pts)**

1pt 1) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes  $\mathbb{C}$  l'équation :  $z^2 - 4z + 8 = 0$

2) On considère dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$

Les points  $A, B, C$  et  $D$  d'affixes respectivement :  $a = 2 + 2i$ ,  $b = 2 - 2i$

$c = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$  et  $d = (1 - \sqrt{3}) + i(1 + \sqrt{3})$

1pt a) Ecrire chacun des nombres  $b$  et  $c$  sous la forme trigonométrique

0,5 pts b) Vérifier que :  $bc = d$

0,5pts c) Déduire l'argument du nombre complexe  $d$

1,5 pts d) Soit le point  $E$  l'image du point  $B$  par la rotation de centre  $O$  et d'angle  $-\frac{\pi}{2}$

Montrer que l'affixe du point  $E$  est  $e = -2 - 2i$  puis montrer que le triangle  $ABE$  est Rectangle et isocèle en  $B$

EXERCICE 3 : (5,5 pts)

Partie 1 : On considère la fonction numérique  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $g(x) = e^x - x$

0,5 pts 1) Calculer les limites suivantes :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

1 pt 2) Calculer  $g'(x)$  pour tout  $x$  appartenant à  $\mathbb{R}$ , puis donner le tableau de variation de  $g$

0,5 pts 3) Dédire que :  $(\forall x \in \mathbb{R}) \quad g(x) > 0$

Partie 2 Soit  $f$  la fonction numérique définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = 2e^x - x^2 - 1$

Soit  $(C_f)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

0,5 pts 1) Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$

0,5 pts 2) Calculer ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$

(Remarquer que :  $(\forall x > 0) \quad f(x) = x^2 \left( 2 \frac{e^x}{x^2} - 1 \right) - 1$ )

0,5 pts 3) Déterminer les branches infinies de  $(C_f)$

0,5 pts 4) a) Montrer que  $f$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  et que :  $(\forall x \in \mathbb{R}) \quad f'(x) = 2g(x)$

0,5 pts b) Donner le tableau de variation de  $f$

0,5 pts c) Montrer que l'équation  $f(x) = 0$  admet une solution unique  $\alpha$  dans l'intervalle  $] -0,6, -0,3[$

0,5 pts d) Représenter  $(C_f)$  dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$