الاختبار	اختبار في مادة التخصص وديداكتيك مادة التخصص	مدة الإنجاز :	3 ساعات
التخصص	الرياضيات	المعامل	3

تعليمات للمترشح

الإختبار يتكون من موضوعين:

- الموضوع الأول يتعلق بمادة ديداكتيك الرياضيات يتكون من ثلاث وضعيات ديداكتيكية مستقلة فيما بينها (20 نقطة).

- الموضوع الثاني يتعلق بمادة الرياضيات يتكون من أسئلة متعددة الإختيارات (20 نقطة)

ملحوظة:

- جميع الأجوبة المتعلقة بأسئلة الإختبار(المكون من الموضوعين) تحرر على **ورقة التحرير**.

- الموضوع الثاني المتعلق بأسئلة متعددة الاختيارات على النحو التالي :

Question 1 : 10+5 est égale à :
A) 12 B) 17 C) 15 D) 18

Question 2 : 12 est égal à :
A) 6+7 B) 5+7 C) 7+8 D) 6+6

كل سؤال يقبل جوابا أو جوابين صحيحين و تتم الإجابة على **ورقة التحرير** بالطريقة التالية:

Question 1 : C)
Question 2 : B) et D)

موضوع في ديداكتيك مادة الرياضيات: (20 نقطة)

الجزء الأول

I. نعتبر الوثيقة 1 المقتطفة من كتيب التوجيهات التربوية و البرامج الخاصة بتدريس مادة الرياضيات بسلك التعليم الثانوي التأهيلي (نوننبر2007) في الصفحة 21 منه في شأن الجداء السلمي:

الوثيقة 1:

محتوى البرنامج	القدرات المنتظرة	توجيهات تربوية
-تعريف و خاصيات؛ - الصيغة المثلثية؛ - تعامد متجهتين؛ - بعض تطبيقات الجداء السلمي: • العلاقات المترية في مثلث قائم الزاوية؛ • مبرهنة المتوسط؛ • مبرهنة الكاشي.	-التعبير عن المسافة و التعامد بواسطة الجداء السلمي. - استعمال الجداء السلمي في حل مسائل هندسية. - استعمال مبرهنة الكاشي و مبرهنة المتوسط لحل تمارين هندسية.	- يتم تقديم الجداء السلمي و خاصياته انطلاقا من الإسقاط العمودي. - ينبغي التأكيد على دور هذه الأداة في تحديد بعض المحلات الهندسية في المستوى و في حساب الأطوال و المساحات و قياسات الزوايا. - تعتبر الصيغة التحليلية للجداء السلمي خارج المقرر.

1) ما هو المستوى الدراسي المستهدف من هذه الوثيقة؟
2) ما هي المعارف الأساسية المستهدفة من هذا الدرس؟
3) حدد المكتسبات القبلية اللازمة لهذا الدرس.
4) قدم تعريفا للجداء السلمي للمستوى المستهدف من هذا الدرس.
5) ما المقصود بالمحلات الهندسية الواردة في الوثيقة 1؟
6) ترجم إلى اللغة الفرنسية عى شكل جدول من ثلاثة أعمدة ما ورد في الوثيقة 1.

مباراة توظيف الأساتذة أطر الأكاديميات بالنسبة للتعليم الثانوي بسلكيه الإعدادي والتأهيلي - دورة دجنبر 2018

الموضوع

الاختبار : اختبار في مادة التخصص وديداكتيك مادة التخصص — التخصص : الرياضيات

II. نقترح عليك من درس الجداء السلمي، الوثيقة 2 التالية المقتبسة من كتاب مدرسي:

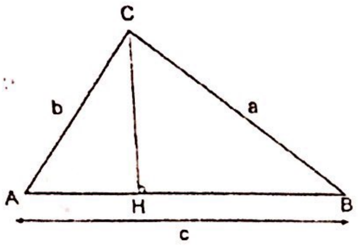
الوثيقة 2 :

نشاط 6 صيغة الجيوب

ليكن ABC مثلثاً في المستوى بحيث : $BC = a$ و $AC = b$ و $AB = c$.

ليكن H المسقط العمودي للنقطة C على المستقيم (AB).

لتكن S مساحة المثلث ABC.



1) بيّن أن $HC = b\sin\widehat{A}$ واستنتج أن $S = \frac{1}{2}bc\sin\widehat{A}$

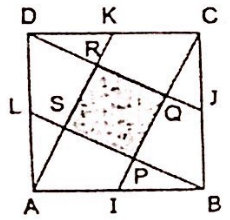
2) بيّن أن $S = \frac{1}{2}bc\sin\widehat{A} = \frac{1}{2}ca\sin\widehat{B} = \frac{1}{2}ab\sin\widehat{C}$

واستنتج أنّ : $\frac{\sin\widehat{A}}{a} = \frac{\sin\widehat{B}}{b} = \frac{\sin\widehat{C}}{c} = \frac{2S}{abc}$

نشاط 7 حساب الأطوال والمساحات

ليكن ABCD مربّعا و I و J و K و L منتصفات القطع [AB] و[BC] و [DC] و [DA] على التوالي (انظر الشكل).

نضع $AB = a$.



1) احسب $(\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BC}).(\overrightarrow{LA} + \overrightarrow{AB})$

2) استنتج أنّ (IC) عمودي على (LB).

3) احسب $\overrightarrow{IC}.\overrightarrow{BJ}$ (P و Q هما المسقطان العموديان لـ B و J على (IC) على التوالي).

4) استنتج PQ بدلالة a

5) بيّن أنّ PQRS مربّع ولتكن s مساحته.

6) بيّن أنّ $s = \frac{1}{5}a^2$

نشاط 8 تحديد المحلات الهندسية

لتكن A و B نقطتين من المستوى بحيث $AB = 5cm$. ولتكن I منتصف [AB].

A) لتكن $(\mathscr{C}_1)$ مجموعة النقط M من المستوى التي تحقق $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 0$

1) بيّن أنّ $M \in (\mathscr{C}_1)$ إذا وفقط إذا كان $MI = IA$

2) استنتج طبيعة $(\mathscr{C}_1)$ وحدّد عناصرها المميزة ثم أنشئ $(\mathscr{C}_1)$.

B) لتكن $(\mathscr{C}_2)$ مجموعة النقط M من المستوى التي تحقق $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = -4$

1) بيّن أنّ $M \in (\mathscr{C}_2)$ إذا وفقط إذا كان $MI = \frac{3}{2}$

2) استنتج طبيعة $(\mathscr{C}_2)$ وحدّد عناصرها المميزة ثم أنشئ $(\mathscr{C}_2)$

1) حدد طبيعة كل نشاط وارد في هذه الوثيقة (هل هو بنائي؟ أم تذكيري؟ أم إغنائي؟ أم توسيعي؟....) مع تقديم التعليل المناسب.

2) ما هو الهدف من كل نشاط تبعا لما جاء في الوثيقة 1؟

3) نعتبر نشاط 7 (حساب الأطوال و المساحات) الوارد في الوثيقة 2.
أ) أذكر بعض الصعوبات التي قد تعترض المتعلم عند إنجاز هذا النشاط؟
ب) اعط وضعية داعمة لتجاوز هذه الصعوبات.

4) يأتي مفهوم المساحة في برنامجي مادة الرياضيات بسلك التعليم الثانوي الإعدادي و بسلك التعليم الثانوي التأهيلي كمعرفة مستهدفة أو كأداة للبرهان الرياضي أو لتقديم بعض المفاهيم.
أ) اعط ثلاثة عناوين لدروس من هذين البرنامجين يندرج فيها مفهوم المساحة كمعرفة مستهدفة.
ب) اعط برهانا لخاصية فيتاغورس المباشرة باستعمال مفهوم المساحة.

5) هل يمكن حل السؤال 2 B) من نشاط 8 (تحديد المحلات الهندسية) في إطار تحليلي لمستوى الجدع المشترك؟
علل جوابك.

الجزء الثاني

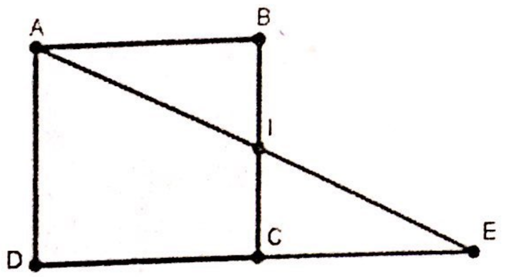
في ما يلي نص تمرين، اقترح في سياق فصل دراسي من طرف أستاذ، مصحوبا بجواب خاطئ قدم من طرف أحد التلاميذ:

<u>نص التمرين:</u>

ABCD مربع. I منتصف القطعة [BC]

و E مماثلة D بالنسبة للنقطة C.

بين أن I منتصف القطعة [AE].



<u>جواب التلميذ:</u>

لدينا ABCD مربع إذن(AD)//(BC). Cمنتصف [DE] لأن E مماثلة D بالنسبة للنقطة C.

في المثلث ADE، المستقيم (CI) يوازي (AD) و يمر من منتصف الضلع [DE] إذن هذا المستقيم يقطع الضلع الثالث[AE] في منتصفه I.

<u>ما هو مطلوب من المترشح:</u>

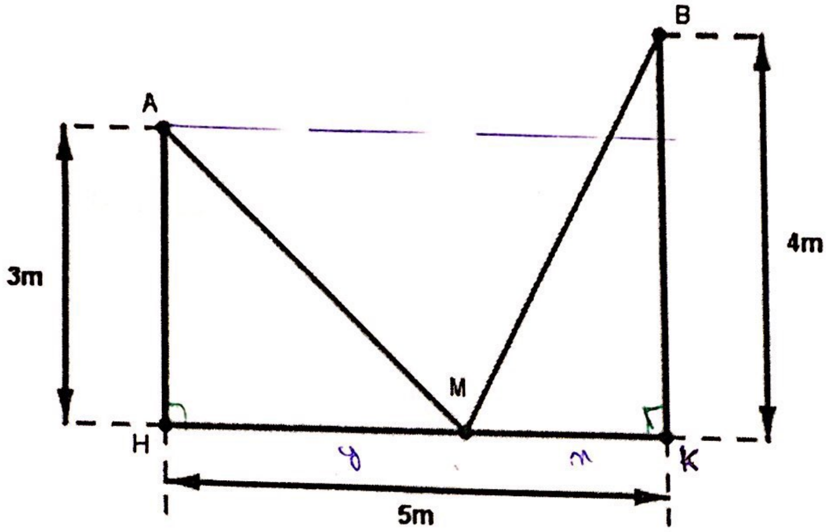
1) أبرز الخطأ الوارد في جواب التلميذ محددا مصدرا ممكنا له.

2) حدد الإجراء المناسب لمعالجة خطأ التلميذ.

الجزء الثالث

اقترح أستاذ مادة الرياضيات الوضعية التالية على تلامذته:

يتوفر شخص على سلمين لهما نفس الطول L بحيث يمكن أن يضعهما بين حائطين AH و BK وفق الشكل أدناه:



حدد قياس طول السلمين.

ما هو مطلوب من المترشح:

1) ما هو المستوى الذي يمكن أن تقترح له هذه الوضعية؟
2) بين هندسيا وجود حل لهذه الوضعية.
3) ما هي المعارف و التقنيات الضرورية لحل هذه الوضعية من طرف التلميذ؟
4) أعط حلا لهذه الوضعية بعد تقديم صياغة جديدة لنصها تكون في متناول جل التلاميذ.

موضوع في مادة الرياضيات:(20 نقطة)

QUESTION1 :
Soit f une application de $]0,+\infty[$ vers $]0,+\infty[$. Parmi les assertions suivantes, lesquelles sont vraies ?

A) La négation de « $(\forall x>0)\ (\exists y>0)\ :\ y\neq f(x)$ » est « $(\exists x>0)\ (\exists y>0)\ :\ y=f(x)$ »

B) La négation de « $(\exists x>0)\ (\forall y>0)\ :\ y\times f(x)>0$ » est « $(\forall x>0)\ (\exists y>0)\ :\ y\times f(x)<0$ »

C) La négation de « $(\forall x>0)\ (\forall y>0)\ :\ x\neq y \Rightarrow f(x)\neq f(y)$ » est « $(\exists x>0)\ (\exists y>0)\ :\ x=y\ \ et\ \ f(x)=f(y)$ »

D) La négation de « $(\forall x>0)\ (\forall y>0)\ :\ f(x)=f(y)\Rightarrow x=y$ » est « $(\exists x>0)\ (\exists y>0)\ :\ x\neq y\ \ et\ \ f(x)=f(y)$ »

QUESTION2 :
Soit A une parie non vide majorée de $\mathbb{R}$.
Parmi les assertions suivantes, lesquelles sont vraies ?

A) L'ensemble A admet un plus grand élément que l'on appelle sa borne supérieure

B) L'ensemble A admet une borne supérieure a caractérisée par les deux propriétés :
$(i)\ (\forall x\in A),\ x\leq a$ et $(ii)\ (\forall \varepsilon>0),(\forall x\in A)\ :\ x\geq a-\varepsilon$

C) L'ensemble A admet une borne supérieure a caractérisée par les deux propriétés :
$(i)\ (\forall x\in A),\ x\leq a$ et $(ii)\ (\forall \varepsilon>0),(\exists x\in A)\ :\ x\geq a-\varepsilon$

D) L'ensemble A admet une borne supérieure a caractérisée par la propriété :
$(\forall x\in\mathbb{R})\ \left[(\forall y\in A\ \ ;\ y\leq x)\ \Rightarrow\ (x\geq a)\right]$

QUESTION3 :
Soient a,b et c trois réels quelconques. Parmi les assertions suivantes, lesquelles sont vraies ?

A) $|a+b|\leq|a-c|+|c+b|$

B) $\big||a|-|b|\big|\geq|a-b|$

C) $|b-a|+|b-c|+|a-c|=2\left[\max\{a,b,c\}-\min\{a,b,c\}\right]$

D) $|a+b|+|a+c|+|b+c|=|a+b+c|+|a|+|b|+|c|$

QUESTION4 :
Soit E un ensemble à n éléments $(n\geq1)$ et a un élément de E . On note $\mathrm{P}_a(E)$ l'ensemble des parties de E qui contiennent l'élément a . On a :

A) $card(\mathrm{P}_a(E))=n-1$

B) $card(\mathrm{P}_a(E))=2^{n-1}$

C) $card(\mathrm{P}_a(E))=n$

D) $card(\mathrm{P}_a(E))=2^n$

QUESTION5 :
Dans l'ensemble $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$, l'équation :

A) $5x-67y=1$ admet comme ensemble de solutions : $S=\{(27+67k;2+5h)/(k,\mathrm{h})\in\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}\}$

B) $18x+21y=1$ admet au moins une solution

C) $21x-45y=3$ admet comme ensemble de solutions : $S=\{(-2+15k;-1+7k)/\ k\in\mathbb{Z}\}$

D) $\frac{2}{3}x+\frac{4}{5}y=1$ admet au moins une solution

QUESTION6 :
On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$, l'équation $(E):\ z^8=\bar{z}$
Parmi les assertions suivantes, lesquelles sont vraies ?

A) Si z est une solution de (E) , alors $z=0$

B) Si z est une solution de (E) , alors $z=0$ ou $|z|=1$

C) L'équation (E) admet exactement 8 solutions distinctes.

D) Les solutions non nulles de (E) sont les racines $9-iemes$ de l'unité.

QUESTION7 :
Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct. Soit E l'ensemble des points M d'affixe z tel que : $\left|\frac{z-1}{1+iz}\right|=\sqrt{2}$; on a :

A) E est une droite

B) E est le cercle de centre l'origine du repère et de rayon $\sqrt{2}$

C) $E=\varnothing$

D) E est le cercle de rayon 2 et de centre le point d'affixe $-1+2i$

QUESTION8 :
Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, on considère la droite (Δ) d'équation : $y=x$ et on note (D) une droite perpendiculaire à (Δ) et qui est à distance 1 de l'origine du repère. Une équation cartésienne de (D) est :

A) $x-y+\sqrt{2}=0$ B) $x+y+\sqrt{2}=0$ C) $x+y-\sqrt{2}=0$ D) $x-y-\sqrt{2}=0$

QUESTION9 :
On dispose de deux pièces de monnaie :
La pièce A donne face avec la probabilité $\frac{1}{2}$; la pièce B donne face avec la probabilité $\frac{2}{3}$.
On choisit une des deux pièces au hasard. On la lance. Si l'on obtient face, on conserve la pièce que l'on vient de lancer, si non on change de pièce. On effectue ainsi une suite de lancers.
On note p_n la probabilité de jouer avec la pièce A au n-ième lancer . On a :

A) $p_{n+1}=\frac{1}{6}p_n+\frac{1}{3}$ B) $p_{n+1}=\frac{1}{2}p_n+\frac{1}{3}$ C) $p_{n+1}=\frac{1}{6}p_n+\frac{2}{3}$ D) $p_{n+1}=\frac{1}{2}p_n+\frac{2}{3}$

QUESTION10 :

Soit $a>0$. On définit la suite $(u_n)_{n\geq 0}$ par : $u_0>0$ et pour $n\geq 0$, $u_{n+1}=\dfrac{u_n^2+a^2}{2u_n}$. On a :

A) La suite $(u_n)_{n\geq 0}$ est strictement croissante.

B) $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$, $u_n\geq a$ et la suite $(u_n)_{n\geq 1}$ est décroissante.

C) Pour tout $n\in\mathbb{N}$, $|u_{n+1}-a|\leq\dfrac{|u_1-a|}{2^n}$

D) La suite $(u_n)_{n\geq 0}$ est divergente.

QUESTION11 :

Soit $f:[0,1]\mapsto\mathbb{R}$ une fonction continue telle que : $f(0)>0$ et $f(1)<0$

Par la méthode de dichotomie on construit deux suites $(a_n)_{n\geq 0}$ et $(b_n)_{n\geq 0}$, avec : $a_0=0$ et $b_0=1$.

Parmi les assertions suivantes, lesquelles sont vraies ?

A) $(a_n)_{n\geq 0}$ et $(b_n)_{n\geq 0}$ sont des suites adjacentes

B) L'équation : $f(x)=0$ admet une unique solution sur $[a_0,b_0]$

C) Si $f(a_n)<0$ et $f\left(\dfrac{a_n+b_n}{2}\right)>0$, alors $a_{n+1}=\dfrac{a_n+b_n}{2}$ et $b_{n+1}=b_n$

D) Les deux suites $(a_n)_{n\geq 0}$ et $(b_n)_{n\geq 0}$ convergent vers la même limite, et cette limite commune est une solution de l'équation $f(x)=0$ sur $[0,1]$

QUESTION12 :

Pour tout entier naturel non nul n, on pose : $v_n=\displaystyle\sum_{k=n}^{k=2n-1}\frac{1}{n+k}$. On a :

A) La suite $(v_n)_{n\geq 1}$ est convergente et sa limite est : $\ln 3$

B) La suite $(v_n)_{n\geq 1}$ est convergente et sa limite est : $\dfrac{3}{2}$

C) La suite $(v_n)_{n\geq 1}$ est convergente et sa limite est : $\ln\dfrac{3}{2}$

D) La suite $(v_n)_{n\geq 1}$ est divergente

QUESTION13 :

Soit $f(x)=\dfrac{(2x)^x}{x^{(2x)}}$. Parmi les assertions suivantes, lesquelles sont vraies ?

A) $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$

B) $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$

C) $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=1$

D) f n'admet pas de limite en $+\infty$

QUESTION 14 :

Soit f une fonction continue sur un intervalle I de $\mathbb{R}$. Parmi les assertions suivantes, lesquelles sont vraies ?

A) Si I est borné, alors f est bornée et atteint ses bornes sur I

B) Si a et b sont deux éléments de I, et si $f(a) \leq y \leq f(b)$, alors il existe c entre a et b tel que $f(c) = y$

C) Si I est ouvert, alors $f(I)$ est un intervalle ouvert

D) Si I est fermé, alors $f(I)$ est un intervalle fermé

QUESTION15 :

Parmi les assertions suivantes, lesquelles sont vraies ?

A) Le DL_2 de $\frac{1}{-2+h}$ au voisinage de 0 est : $-\frac{1}{2}+\frac{h}{2}+\frac{h^2}{4}+o(h^2)$

B) Le DL_2 de $\frac{1}{-2+h}$ au voisinage de 0 est : $-\frac{1}{2}-\frac{h}{4}-\frac{h^2}{8}+o(h^2)$

C) Le DL_2 de $e^{\frac{1}{-2+h}}$ au voisinage de 0 est : $e^{-\frac{1}{2}}\left(1-\frac{h}{4}-\frac{3h^2}{32}\right)+o(h^2)$

D) Le DL_2 de $e^{\frac{1}{-2+h}}$ au voisinage de 0 est : $e^{-\frac{1}{2}}\left(1-\frac{h}{4}+\frac{5h^2}{32}\right)+o(h^2)$

QUESTION16 :

Soit $f : [a,b] \mapsto \mathbb{R}$ de classe C^2 sur l'intervalle $[a,b]$ vérifiant : $f(a) = f'(a)$ et $f(b) = f'(b)$

En appliquant le théorème de ROLLE à la fonction $g : x \mapsto \left(f(x) - f'(x)\right)e^x$ sur $[a,b]$,

On montre que :

A) Il existe $c \in]a,b[$ tel que : $f'(c) = 0$

B) Il existe $c \in]a,b[$ tel que : $f(c) = f'(c)$

C) Il existe $c \in]a,b[$ tel que : $f''(c) = 0$

D) Il existe $c \in]a,b[$ tel que : $f(c) = f''(c)$

QUESTION17 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f(t) = \frac{1}{t+1-e^{-t}}$.

Pour tout $x \in \mathbb{R}^*$, on pose : $F(x) = \int_x^{2x} f(t)\,dt$, on a :

A) F est une primitive de f sur $\mathbb{R}^*$ donc $(\forall x \in \mathbb{R}^*)$ $F'(x) = f(x)$

B) F est dérivable sur $\mathbb{R}^*$ et $(\forall x \in \mathbb{R}^*)$ $F'(x) = f(2x) - f(x)$

C) F est dérivable sur $\mathbb{R}^*$ et $(\forall x\in\mathbb{R}^*)$ $F'(x)=\dfrac{\left(e^{-x}-1\right)^2}{\left(2x+1-e^{-2x}\right)\left(x+1-e^{-x}\right)}$

D) F est croissante, positive sur $]-\infty,0[$ et sur $]0,+\infty[$

QUESTION18 :

On considère l'intégrale $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\dfrac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x}+\sqrt{\cos x}}dx$

En effectuant le changement de variable $u=\dfrac{\pi}{2}-x$, on trouve :

A) $I=\dfrac{\pi}{2}$ B) $I=\dfrac{\pi}{4}$ C) $I=\pi$ D) $I=\dfrac{\pi}{8}$

QUESTION19 :

Parmi les assertions suivantes, lesquelles sont vraies ?

A) La série de terme général $u_n=\sin\left(\dfrac{1}{n^2}\right)$ est divergente

B) En appliquant le critère de D'ALEMBERT, on montre que la série $\sum\limits_{n\geq 1}\dfrac{n^n}{n!}$ est convergente.

C) Soit $\alpha>0$ et pour tout $n\geq 1$, on pose : $u_n=1-\cos\left(\dfrac{1}{n^\alpha}\right)$ .On montre que la série $\sum u_n$ est convergente si et seulement si $\alpha>\dfrac{1}{2}$

D) Si la série $\sum\limits_n a_n$ à termes positifs est convergente, alors la série $\sum\limits_n\dfrac{2^n+a_n}{3^n+a_n}$ est convergente

QUESTION20 :

Parmi les assertions suivantes, lesquelles sont vraies ?

A) L'intégrale $\int_0^1 t^{\alpha-1}e^{-t}dt$ est convergente pour $\alpha<0$

B) L'intégrale $\int_0^{+\infty} t^{\alpha-1}e^{-t}dt$ est convergente pour $\alpha>0$

C) L'intégrale $\int_0^2\dfrac{1}{t-1}dt$ est convergente

D) La fonction $x\mapsto\dfrac{1-\cos x}{x^2}$ est intégrable sur $]0,+\infty[$

انتهى