www.leadingeducation.ma

Correction des Exercices Série 3

Mouvement de rotation d'un solide autour d'un axe fixe

Exercice 1 : Disque et corps en rotation

1. Accélération du corps (S) Le mouvement est uniformément accéléré.

La figure 2 montre $z = kt^2$, donc l'accélération a est constante.

$$a = \frac{d^2z}{dt^2} = 2k \quad \text{(où } k \text{ est la pente de } z \text{ vs } t^2\text{)}$$

Si $z = \frac{1}{2}at^2$, alors $a = 2k$.

2. Nature du mouvement

- Corps (S) : Mouvement rectiligne uniformément accéléré.
- Disque : Rotation uniformément accélérée (car $\alpha = \frac{a}{r}$).

3. Distance parcourue à $t_1 = 1$ s

$$z(t_1) = \frac{1}{2}at_1^2 = \frac{a}{2} \times 1^2 = \frac{a}{2} \text{ m}$$

Si $a = 2k$, alors $z = k \times 1^2 = k$.

4. Nombre de tours du disque

La distance parcourue par (S) est liée à la rotation du disque :

$$z = r\theta\theta = \frac{z}{r}$$

Nombre de tours :

$$n = \frac{\theta}{2\pi} = \frac{z}{2\pi r}$$

Pour $t_1 = 1$ s, si $z = k$, alors :

$$n = \frac{k}{2\pi \times 0{,}05} = \frac{k}{0{,}1\pi}$$

5. Tension du fil (T) Appliquons la 2ème loi de Newton à (S) :

$$mg - T = maT = m(g - a)$$

Avec $m = 0{,}05$ kg et $g = 9{,}8 \text{ m/s}^2$, si $a = 2k$, alors :

$$T = 0{,}05(9{,}8 - 2k) \text{ N}$$

6. Moment d'inertie J_Δ Appliquons la relation fondamentale de la dynamique au disque :

$$T \cdot r = J_\Delta \alpha \quad \text{avec} \alpha = \frac{a}{r}$$

Donc :

$$J_{\Delta} = \frac{T \cdot r^2}{a} = \frac{m(g-a)r^2}{a}$$

Si $a = 2k$, alors :

$$J_{\Delta} = \frac{0{,}05(9{,}8-2k)\times(0{,}05)^2}{2k} = \frac{0{,}05\times0{,}0025(9{,}8-2k)}{2k} = \frac{0{,}0001225(9{,}8-2k)}{k}$$

—

Exercice 2 : Grue et poulie

1-1. Expression de l'accélération a_{G_1} Pour le corps S_1 :

$$T - m_1 g = m_1 a_{G_1}$$

Pour la poulie :

$$\mathcal{M} - T \cdot r = J_{\Delta}\alpha \quad \text{avec}\alpha = \frac{a_{G_1}}{r}$$

En substituant T :

$$\mathcal{M} - (m_1 g + m_1 a_{G_1})r = J_{\Delta}\frac{a_{G_1}}{r}$$

Réarrangement :

$$a_{G_1} = \frac{\mathcal{M}\cdot r - m_1 g r^2}{m_1 r^2 + J_{\Delta}}$$

1-2. Calcul de J_{Δ} L'équation horaire est $z = 0{,}2t^2$, donc :

$$a_{G_1} = \frac{d^2 z}{dt^2} = 0{,}4\ \mathrm{m/s^2}$$

Substituons dans l'expression de a_{G_1} :

$$0{,}4 = \frac{104{,}2\times0{,}2-50\times9{,}8\times(0{,}2)^2}{50\times(0{,}2)^2+J_{\Delta}}$$

Calculs :

$$0{,}4 = \frac{20{,}84-19{,}6}{2+J_{\Delta}} = \frac{1{,}24}{2+J_{\Delta}}$$

Résolution pour J_{Δ} :

$$2 + J_{\Delta} = \frac{1{,}24}{0{,}4} = 3{,}1 J_{\Delta} = 1{,}1\ \mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2$$

—

Résumé des résultats - Exercice 1 : - Accélération $a = 2k$. - Tension $T = 0{,}05(9{,}8 - 2k)$ N. - Moment d'inertie $J_{\Delta} = \frac{0{,}0001225(9{,}8-2k)}{k}$. - Exercice 2 : - Accélération $a_{G_1} = 0{,}4\ \mathrm{m/s^2}$. - Moment d'inertie $J_{\Delta} = 1{,}1\ \mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2$.

Les calculs supposent que k est déterminé expérimentalement (pente de z vs t^2).